

靜宜大學 98 學年度第 4 期企管系『統計學』期中考 I

【注意事項】本試卷共有 5 小題，每題值 20 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2010 年 9 月 1 日)

1. 請寫出假設檢定的五個步驟 (z 值法)。

【分析】

- (1) 寫出虛無假設；
- (2) 寫出檢定統計量；
- (3) 寫出拒絕區域；
- (4) 計算樣本檢定統計量值，並判斷其是否為不可能樣本；
- (5) 寫檢定報告。

2. 某白米廠的白米每包標示為 3 公斤，其經銷商進一批該白米，經抽取 36 包，檢測得出樣本平均數 $\bar{x} = 2.85$ ，標準差 $s = 0.66$ 。經銷商想以統計方法來決定是否收下該批白米。(顯著水準 $\alpha = 0.05$)

(a) 請檢定是否應該收下該白米；

(b) 若每包白米真實的重量為 2.8 公斤，請計算上題檢定的型 II 錯誤的機率。

【分析】

(a)

(1) $H_0: \mu \geq 3$ (左尾)

(2) 檢定統計量： $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ($df = 35$) (大樣本)

(3) 左尾、z 分配、 $\alpha = 0.05$ 、拒絕區域 $R = \{z < -1.645\}$

(4) 檢定統計量值： $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{2.85 - 3}{0.66/\sqrt{36}} = -1.364 \notin R$ ，無法拒絕 H_0

(5) 應該接受該批白米

(b)

(1) $H_0: \mu \geq 3$ (左尾)

(2) 檢定統計量： $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ($df = 35$) (大樣本)

(3) 左尾、z 分配、 $\alpha = 0.05$ 、拒絕區域 $R = \{z < -1.645\}$

(4) 新臨界值： $z' = z^* + \frac{\mu - \mu'}{s/\sqrt{n}} = -1.645 + \frac{3 - 2.8}{0.66/\sqrt{36}} = 0.173$

(5) 右尾、z 分配、 $z' = 0.173$ ， $\beta = 0.4313$

3. 廠商宣稱其瑕疵品比例 p 不超過 5%。某位買主想要檢定一批產品瑕疵的比例是否超過該限制。買主從該批產品隨機抽出 50 件檢查，發現有 3 件瑕疵品。請以 p 值法來決定是否退貨 ($\alpha = 0.05$)。

【分析】

(1) $H_0: p \leq 0.05$ (右尾)

(2) 檢定統計量： $z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}}$

(4) 檢定統計量值： $z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}} = \frac{3/50 - 0.05}{\sqrt{0.05 \times 0.95}/\sqrt{50}} = 0.324$

(4) 右尾、 z 分配、 $z^* = 0.324$ ， $p = 0.3728$

(5) 因顯著水準 $\alpha = 0.05 < p = 0.3728$ ，故無法拒絕虛無假設

4. 抽取 A 廠燈泡 13 個，其平均壽命為 1,100 小時，標準差 45 小時；B 廠燈泡 10 個，其平均壽命為 1,040 小時，標準差 16 小時。請以 $\alpha = 0.05$ 為顯著水準，檢定兩廠燈泡的平均壽命是否相等。(假設兩廠燈泡壽命為常態分配，且其標準差不相等。)

【分析】

檢定兩組平均數，母體變異數未知且不相等

(1) $H_0: \mu_A - \mu_B = 0$ (雙尾)

(2) $t = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}}$ ($df = 15$)

$$\frac{\left(\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}\right)^2}{df} = \frac{\left(\frac{s_A^2}{n_A}\right)^2}{n_A - 1} + \frac{\left(\frac{s_B^2}{n_B}\right)^2}{n_B - 1} \Rightarrow df = 15.703 \approx 15$$

(3) 雙尾、 $df = 15$ 之 t 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得 $R = \{|t| > 2.1314\}$

(4) $t^* = \frac{(\bar{x}_A - \bar{x}_B) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{1,100 - 1,040}{\sqrt{\frac{45^2}{13} + \frac{16^2}{10}}} = 4.455 \in R$ ，拒絕虛無假設

(5) 兩廠生產之燈泡平均壽命不相等。