

靜宜大學 98 學年度第 3 期企管系『統計學』期末考

【注意事項】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2010 年 8 月 6 日)

1. 就下列數值：

x	4	3	2	5
y	3	6	4	7

(a) 請計算其 s_x^2 。

(b) 請計算其共變數 s_{xy} 。

【解】

x	y	x^2	y^2	xy
4	3	16	9	12
3	6	9	36	18
2	4	4	16	8
5	7	25	49	35
14	20	54	110	73
Σx	Σy	Σx^2	Σy^2	Σxy

$$(a) s_x^2 = \frac{54 - (14)^2 / 4}{4 - 1} = 1.667$$

$$(b) s_{xy} = \frac{73 - (14 \times 20) / 4}{4 - 1} = 1$$

2. 假設 H1N1 新流感快篩的偽陽性（未感染但呈感染的陽性反應）與偽陰性（已感染但呈未感染的陰性反應）比率分別為 10%、8%。已知某地區感染新流感的比率為 3%，請計算：某甲檢測為陽性，其真正感染 H1N1 新流感的機率。

【解】

聯合機率 P(列i∩行j)			
	陽性	陰性	邊際機率
感染	0.03×92% 0.028	0.03×8% 0.002	0.03
未感染	0.97×10% 0.097	0.97×90% 0.873	0.97
邊際機率	0.125	0.875	

$$P(\text{感染}|\text{陽性}) = \frac{0.028}{0.125} = 0.222$$

3. 李四是夾娃娃高手，平均每夾 5 次可以成功夾起一件娃娃，李四在 5 次嘗試中夾起兩件娃娃的機率為何？

【解】

二項分配， $p = \frac{1}{5} = 0.2$ 、 $n = 5$ 、 $x = 2$

$$P(x=2) = \frac{5!}{2! \times 3!} \times 0.2^2 \times 0.8^3 = 0.2048$$

4. 王五是打字高手，平均每打兩頁才會出現一個錯誤。某一文稿有 6 頁，請王五打字，則在該文稿中發生 1 處打字錯誤的機率為何？

【解】

卜瓦松分配， $\lambda = \frac{6}{2} = 3$ 、 $x = 1$

$$P(x=1) = \frac{3^1}{1!} \times e^{-3} = 0.1494$$

5. 若 Y 符合 $n=100$ 、 $p=0.3$ 的二項分配，請以常態分配近似來計算 $P(Y=30)$ 。

【解】

以常態來近似二項分配， $\mu = np = 30$ ， $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{21} = 4.5826$

$$z_1 = (29.5 - 30) / \sqrt{21} = -0.1091, z_2 = (30.5 - 30) / \sqrt{21} = 0.1091$$

$$P(Y=30) = P_{\text{常態}}(29.5 \leq X \leq 30.5) = P(-0.109 \leq z \leq 0.109) = 2 \times 0.0438 = 0.0876$$

由 Excel 求得之二項分配， $P(x=30)_{n=100, p=0.3} = 0.0868$

6. 設 $Z = 2X + 3Y$ ，其中 X 、 Y 相互獨立，且 X 為 $\mu = 4$ 、 $\sigma = 2$ 的常態分配， Y 為 $\mu = 8$ 、 $\sigma = 2$ 的常態分配。請計算 $E(Z)$ 、 $V(Z)$ 。

【解】

$Z = 2X + 3Y$ 為常態分配， X 、 Y 相互獨立，故 $\text{cov}(X, Y) = 0$ 。

$$E(Z) = E(2X + 3Y) = 2E(X) + 3E(Y) = 2 \times 4 + 3 \times 8 = 32$$

$$V(Z) = V(2X + 3Y) = 4 \times V(X) + 9 \times V(Y) + 12 \times \text{cov}(X, Y) = 4 \times 2^2 + 9 \times 2^2 = 52$$

7. 某研究調查同學對統計課的滿意度，經隨機訪問 80 位同學，結果有 48 位表示滿意，請寫出滿意度在 95%信賴度下的信賴區間。

【解答】

$$\bar{p} = \frac{48}{80} = 0.6$$

$$\varepsilon = t \times \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{\sqrt{0.6 \times 0.4}}{\sqrt{80}} = 0.1074$$

$$C.I. = \{0.6 \pm 0.1074\} = \{0.4926 \leq p \leq 0.7074\}$$

8. 某市調單位想瞭解市民對市長的滿意度，假設他們要求信心水準 99%以上，最大容忍誤差 3%以下。則該研究的最低樣本數為何？

【解答】

$$n \geq \frac{z^2 \sigma^2}{\varepsilon^2} = \frac{2.58^2 \times 0.5^2}{0.03^2} = 1,849$$

9. 樣本 $X_1, \dots, X_n$ 為 i.i.d.，來自平均數 μ 、標準差 σ 的母體，若

$$Y_1 = \frac{2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 3X_4}{10}, \quad Y_2 = \frac{4X_1 + 6X_n}{10}$$

請以相對有效性判斷 Y_1 、 Y_2 兩估計量哪一個比較好。

【解答】

$$V(Y_1) = V\left(\frac{2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 3X_4}{10}\right) = \frac{(2^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2)}{100} \sigma^2 = \frac{26}{100} \sigma^2$$

$$V(Y_2) = V\left(\frac{4X_1 + 6X_n}{10}\right) = \frac{(4^2 + 6^2)}{100} \sigma^2 = \frac{52}{100} \sigma^2$$

$V(Y_1) < V(Y_2)$ ，故 Y_1 相對有效於 Y_2 。