

靜宜大學 98 學年度第 3 期企管系『統計學』期中考 II

【注意事項】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2010 年 7 月 28 日)

1. 李四是夾娃娃高手，平均每夾 5 次可以成功夾起一件娃娃，

(a) 李四在 7 次嘗試中夾起兩件娃娃的機率為何？

(b) 李四需夾起兩隻娃娃，則他在 10 次嘗試後完成任務的機率為何？

【解】

(a)

二項分配， $p = \frac{1}{5} = 0.2$ 、 $n = 7$ 、 $x = 2$

$$P(x=2) = C_2^7 \times 0.2^2 \times 0.8^5 = \frac{7!}{2! \times 5!} \times 0.2^2 \times 0.8^5 = 0.2753$$

(b)

負二項分配， $p = \frac{1}{5} = 0.2$ 、 $r = 2$ 、 $x = 10$

$$P(x=10) = C_{2-1}^{10-1} \times 0.2^2 \times 0.8^8 = \frac{9!}{1! \times 8!} \times 0.2^2 \times 0.8^8 = 0.0604$$

2. 王五是打字高手，平均每打兩頁才會出現一個錯誤。某一文稿有 6 頁，請王五打字，則在該文稿中發生 2 處打字錯誤的機率為何？

【解】

卜瓦松分配， $\lambda = \frac{6}{2} = 3$ 、 $x = 2$

$$P(x=2) = \frac{3^2}{2!} \times e^{-3} = 0.2240$$

3. 某班級有 30 位男同學、20 位女，抽籤選出 5 名參加校運開幕典禮的代表，請計算這些代表中恰好 3 男 2 女的機率。

【解】

超幾何分配， $N = 30 + 20 = 50$ 、 $S = 30$ 、 $n = 5$ 、 $x = 3$

$$P(x=3) = \frac{C_3^{30} C_2^{20}}{C_5^{50}} = 0.3641$$

4. 若 Y 符合 $n = 200$ 、 $p = 0.3$ 的二項分配，則 $P(Y = 66)$ 為何？

【解】

以常態來近似二項分配， $\mu = np = 60$ ， $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{42}$

$$z_1 = (65.5 - 60) / \sqrt{42} = 0.849, \quad z_2 = (66.5 - 60) / \sqrt{42} = 1.018$$

$$P(Y = 66) = P_{\text{常態}}(55.5 \leq X \leq 66.5) = P(0.849 \leq z \leq 1.018) = 0.3461 - 0.3023 = 0.0438$$

由 Excel 求得之二項分配， $P(X = 66)_{n=200, p=0.3} = 0.0393$

5. 以下是用指數分配來解卜瓦松分配的題目。已知西部航空弄丟（或延誤）旅客行李件數為卜瓦松分配，平均每 1,000 旅客弄丟 4 件。請以指數分配來估算連續 500 名旅客都沒有弄丟行李的機率。

【解】

指數分配： $\lambda = 4$ ，單位時間：1,000 人次

$$P(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad P(x \leq a) = 1 - e^{-\lambda a}, \quad P(x \geq a) = e^{-\lambda a}$$

$$P\left(x > \frac{500}{1,000}\right) = e^{-4 \times \frac{500}{1000}} = e^{-2} = 0.1353$$

6. 若 X 為 $\mu = 50$ 、 $\sigma = 10$ 之常態分配，請計算 $P(X \geq 60)$ 之值。

【解】

$$P(X \geq 60) = P(z \geq 1) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587$$

7. 智力商數 (IQ) 是一個平均數 100、標準差 15 的常態分佈。中華民國國軍要求 IQ 分數 90 分以上才可以報考預官，請計算有多少比例的同學未達此報名標準。

【解】

$$P(X \leq 90) = P(z \leq -0.667) = 0.5 - 0.2470 = 0.2530$$

8. 設 $Z = 2X + 3Y$ ，其中 X 、 Y 相互獨立，且 X 為 $\mu = 3$ 、 $\sigma = 2$ 的常態分配， Y 為 $\mu = 2$ 、 $\sigma = 3$ 的常態分配。

(a) 請計算 $E(Z)$ 、 $V(Z)$ 。

(b) 請計算 $\text{cov}(X, Z)$ 。

【解】

(a)

$Z = 2X + 3Y$ 為常態分配， X 、 Y 相互獨立，故 $\text{cov}(X, Y) = 0$ 。

$$E(Z) = E(2X + 3Y) = 2E(X) + 3E(Y) = 2 \times 3 + 3 \times 2 = 12$$

$$V(Z) = V(2X + 3Y) = 4 \times V(X) + 9 \times V(Y) + 12 \times \text{cov}(X, Y) = 4 \times 2^2 + 9 \times 3^2 = 97$$

(b)

$$\text{cov}(X, Z) = \text{cov}(X, 2X + 3Y) = 2 \times V(X) + 3 \times \text{cov}(X, Y) = 2 \times 2^2 = 8$$