

靜宜大學 98 學年度第 2 學期企管系『統計學』期中考

【注意事項】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。請寫上考試座位（A1~H10）。
(2010 年 4 月 21 日)

第 1 題

A certain type of aluminum screen that is 2.5 feet wide has on the average one flaw in a 80-foot roll. Find the probability that a 50-foot roll has no flaws.

【分析】

$$X \text{ 爲卜瓦松分配: } \lambda = \frac{50}{80} = 0.625, P(X) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{(0.625)^x e^{-0.625}}{x!}$$
$$P(X=0) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-0.625} = 0.5353$$

λ	x	$P(X=0)$
0.625	0	0.5353

第 2 題

令 X 爲 $n=100$ 、 $p=0.6$ 的二項分配，請以常態分配來計算 $P(X \geq 66)$ 的近似值。

【分析】

X 爲 $n=100$ 、 $p=0.6$ 的二項分配，則 $E(X) = n \times p = 60$ 、 $\text{var}(X) = n \times p \times (1-p) = 24$ 。
 Y 需與 X 有相同的期望值、變異數，即 $E(Y) = 60$ 、 $\text{var}(Y) = 24$ 。

$$P(Y \geq 65.5) = P\left(z \geq \frac{65.5 - 60}{\sqrt{24}} = 1.123\right) = 0.1308$$

n	p	μ	σ^2	x	z	$P(Y \geq 65.5)$
100	0.6	60	24	65.5	1.1227	0.1308

第 3 題

設有隨機變數 X 、 Y 、 Z ，已知 $\sigma_X = 2$ 、 $\sigma_Y = 3$ 、 $\sigma_Z = 4$ 、 $\sigma_{X,Y} = -2.4$ 、 $\sigma_{X,Z} = -1.6$ ，且 Y 與 Z 互相獨立。求 $\text{Var}(X+Y)$ 與 $\text{cov}(X+Z, Y)$ 。

【分析】

$$\text{Var}(X+Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2\text{cov}(X, Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\sigma_{X,Y} = 2^2 + 3^2 - 2 \times 2.4 = 8.2$$
$$\text{cov}(X+Y, Z) = \text{cov}(X, Z) + \text{cov}(Y, Z) = -1.6 + 0 = -1.6$$

第 4 題

第一條與第二條生產線的不良率分別為 2%與 4%。兩條生產線各任取 3 件產品檢驗，求總共檢驗 6 件產品中恰有 1 件不良品的機率。

【分析】

令 X_1 、 X_2 分別為來自各生產線的不良品數量，則：

X_1 為 $n_1 = 3$ 、 $p_1 = 0.02$ 之二項分配； X_2 為 $n_2 = 3$ 、 $p_2 = 0.04$ 之二項分配。

$$\begin{aligned}P(X_1 + X_2 = 1) &= P(X_1 = 1)P(X_2 = 0) + P(X_1 = 0)P(X_2 = 1) \\&= (C_1^3 \times 0.02^1 \times 0.98^2) \times (C_0^3 \times 0.04^0 \times 0.96^3) \\&\quad + (C_0^3 \times 0.02^0 \times 0.98^3) \times (C_1^3 \times 0.04^1 \times 0.96^2) \\&= 0.051 + 0.104 = 0.155\end{aligned}$$

n1	p1	n2	p2	P(x1=1)P(x2=0)	P(x1=0)P(x2=1)	P(x1+x2=1)
3	0.02	3	0.04	0.0510	0.1041	0.1551

第 5 題

A 公司發展出一新流感快篩試劑，宣稱其偽陽性（未感染但呈感染的陽性反應）與偽陰性比率分別為 5%、3%。已知某地區感染新流感的比率為 1%，請計算：某甲檢測為陽性，但確實沒有感染新流感的機率。

【分析】

聯合機率 P(列i∩行j)			
	陽性	陰性	邊際機率
感染	0.01×97% 0.0097	0.01×3% 0.0003	0.01
未感染	0.99×5% 0.0495	0.99×95% 0.9405	0.99
邊際機率	0.0592	0.9408	

$$P(\text{未感染}|\text{陽性}) = \frac{0.0495}{0.0592} = 0.8361$$

第 6 題

T 公司宣稱其油電混合車每公升汽油平均可以行駛至少 20 公里。某消費者聯盟欲檢測該宣稱是否屬實，隨機抽出 16 輛汽車試驗，得其平均公里數為 18.4，標準差為 2.8 公里。

- (a) 請寫出恰當的虛無假設與對立假設。
- (b) 請寫出其檢定統計量。
- (c) 若顯著水準為 0.05，請檢定 T 公司的宣稱是否屬實。

【分析】

基本資料：左尾， $\mu = 20$ ， $n = 16$ ， $\bar{x} = 18.4$ ， $s = 2.8$ ， $\alpha = 0.05$ ，z 值法

(1) 虛無假設 $H_0: \mu \geq 20$ （對立假設 $H_1: \mu < 20$ ）

(2) 檢定統計量 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ，自由度 $df = 16 - 1 = 15$ 。

(3) 左尾、 $df = 15$ 之 t 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得拒絕區域 $R = \{t < -1.753\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $t = \frac{18.4 - 20}{2.8/\sqrt{16}} = -2.286 \in R$ ，拒絕 H_0

(5) T 車公司的汽車每公升汽油的平均行駛里程不會高於 20 公里。

μ	n	x-bar	s	α	t*	樣本t
20	16	18.4	2.8	0.05	1.7531	-2.2857

第 7 題

P 大學企管系同學對統計學的學習非常投入，歷史資料顯示，80%的同學會組讀書會一起研讀。老師想知道這種情況有沒有改變，隨機檢測 12 位同學，發現其中 9 位有參與讀書會來準備考試。

- (a) 請以 p 值法來作檢定。（寫出完整的五個步驟）
- (b) 若顯著水準為 0.05，則(a)的結論為何？

【分析】

基本資料：雙尾， $p = 0.8$ ， $n = 12$ ， $\bar{p} = 9/12 = 0.75$ ，p 值法

(1) 虛無假設 $H_0: p = 0.8$ （對立假設 $H_1: p \neq 0.8$ ）

(2) 檢定統計量 $z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}}$

(3) 樣本檢定統計量值 $z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}} = \frac{0.75 - 0.8}{\sqrt{0.8 \times 0.2}/\sqrt{12}} = -0.433$

(4) 雙尾、z 分配、 $z^* = -0.433$ ，求得機率 p 值為 0.665

(5) 若顯著水準高於 0.665 則應拒絕虛無假設。

(b)

因 $\alpha = 0.05 < p\text{值} = 0.665$ ，故無法拒絕虛無假設，即參加讀書會的比例沒有改變。

p	n	p-bar	z*	p值
0.8	12	0.75	-0.433	0.6650