

靜宜大學 98 學年度第 2 學期企管系『統計學』小考四

【注意事項】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2010 年 5 月 10 日)

第 1 題

A 公司宣稱其油電混合車每公升汽油平均可以行駛至少 26 公里。某消費者聯盟欲檢測該宣稱是否屬實，隨機抽出 9 輛汽車試驗，得其平均公里數為 23.4，標準差為 3.6 公里。

- (a) 請寫出恰當的虛無假設與檢定統計量。
- (b) 若顯著水準為 0.05，請寫出其拒絕區域。
- (c) 請檢定 A 公司的宣稱是否屬實。

【基本資料】

$$\mu = 26, n = 9, \bar{x} = 23.4, s = 3.6, \alpha = 0.05$$

【分析】

(a)

虛無假設： $H_0: \mu \geq 26$ (左尾)

檢定統計量： $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ (自由度 $df = n - 1 = 8$)

(b)

左尾、 $df = 8$ 之 t 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得臨界值 $t^* = -1.8595$

拒絕區域： $R = \{t < -1.8595\}$

(c)

樣本檢定統計量值 $t = \frac{23.4 - 26}{3.6/\sqrt{9}} = -2.1667 \in R$ ，拒絕 H_0

A 車公司的汽車每公升汽油的平均行駛里程不會高於 26 公里。

μ	n	$\bar{x}$	s	α
26	9	23.4	3.6	0.05

t 分配左尾臨界值：-1.8595

樣本檢定統計量值：-2.1667

第 2 題

B 大學企管系同學對統計學的學習非常投入，歷史資料顯示，70%的同學會組讀書會一起研讀。老師想知道這種情況有沒有減少，隨機檢測 12 位同學，發現其中 6 位有參與讀書會來準備考試。

- (a) 請寫出恰當的虛無假設與檢定統計量。
- (b) 請計算 p 值。
- (c) 若真正的比率為 40%，請計算發生型 II 錯誤的機率。($\alpha = 0.05$)

【基本資料】

$$p = 0.7, n = 12, \bar{p} = \frac{6}{12} = 0.5, p' = 0.4$$

【分析】

(a)

虛無假設： $H_0: p \geq 0.7$ (左尾)

$$\text{檢定統計量： } z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}}$$

(b)

$$\text{樣本檢定統計量值 } z = \frac{0.5 - 0.7}{\sqrt{0.7 \times (1 - 0.7)}/\sqrt{12}} = -1.5119$$

左尾、z 分配、臨界值 -1.5119，求得機率 $p = 0.0653$

(c)

左尾、z 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得臨界值 $z^* = -1.645$

$$\begin{cases} z^* = \frac{p^* - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}} \\ z' = \frac{p^* - p'}{\sqrt{p'(1-p')}/\sqrt{n}} \end{cases} \Rightarrow z' = z^* \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{p'(1-p')}} + \frac{p - p'}{\sqrt{p'(1-p')}/\sqrt{n}}$$

新臨界值 $z' = 0.5827$

右尾、z 分配、臨界值 0.5827，求得機率 $\beta = 0.2800$

p	n	p-bar	p'	α
0.7	12	0.5	0.4	0.05

樣本檢定統計量值： -1.5119

z 分配左尾機率(p 值)： 0.0653

z 分配左尾臨界值： -1.6449

新臨界值： 0.5827

z 分配右尾機率(β 值)： 0.2800

第 3 題

C 飲料裝填工廠對其裝填製程作改善，以下是廠長評估改善效果的作業。該廠長在改善製程前，隨機抽查 9 個產品的容量，得其平均容量為 242cc，標準差為 16cc；同時，在改善製程後，再隨機抽查 9 個產品的容量，得其平均容量為 256cc，標準差為 14cc。該廠長需先檢定改善前、後之製程的標準差有沒有差異：（假設顯著水準為 0.05）

(a) 請寫出恰當的虛無假設與檢定統計量。

(b) 請檢定是否有差異。

其次，該廠長需檢定改善前、後之製程的裝填量有沒有差異：（假設顯著水準為 0.05）

(c) 請寫出恰當的虛無假設與檢定統計量。

(d) 請檢定是否有差異。

【基本資料】

$$n_1 = 9, \bar{x}_1 = 242, s_1 = 16, n_2 = 9, \bar{x}_2 = 256, s_2 = 14, \alpha = 0.05$$

【分析】

(a)

虛無假設： $H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ 或 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ （雙尾）

$$\text{檢定統計量： } F = \frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

(b)

$$F = \frac{16^2}{14^2} = 1.3061 \notin R = \{F < 0.2256 \text{ 或 } F > 4.4333\}, \text{ 無法拒絕 } H_0$$

兩變異數應視為相等。

$$\text{（左尾臨界值算法： } 1/F_{1-\frac{\alpha}{2}, df=(8,8)} = 1/4.4333 = 0.2256 \text{）}$$

(c)

虛無假設： $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ 或 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ （雙尾）

$$\text{檢定統計量： } t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}$$

(d)

$$t = \frac{242 - 256}{\sqrt{226/9 + 226/9}} = -1.9755 \notin R = \{t < -2.1199 \text{ 或 } t > 2.1199\}, \text{ 無法拒絕 } H_0$$

兩平均數應視為相等。

$$\text{聯合估計變異數算法： } s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = 226$$

n_1	x_1	s_1	n_2	x_2	s_2	α
9	242	16	9	256	14	0.05
F 分配雙尾臨界值：				0.2256	4.4333	
樣本檢定統計量值：				1.3061		
聯合估計變異數、自由度：				226.00	16	
t 分配雙尾臨界值：				-2.1199	2.1199	
樣本檢定統計量值：				-1.9755		