

## 靜宜大學 98 學年度第 2 學期企管系『統計學』小考三

【注意事項】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2010 年 3 月 29 日)

### 第 1 題

已知某結帳櫃臺收銀員平均 2 天會發生 1.2 次找錯錢的狀況，該收銀員平均每天幫 300 位客人結帳。假設此結帳錯誤純粹是隨機的卜瓦松分配，請以指數分配來估算下列數值：

- (a) 平均兩次結帳錯誤間相隔多少客人？  
 (b) 連續 500 名客人都沒有結帳錯誤的機率為何？

【分析】

指數分配： $\lambda = 1.2$ ，單位時間： $300 \times 2 = 600$  人次， $P(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ， $P(x \leq a) = 1 - e^{-\lambda a}$

(a)

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1.2} \times 600 = 500$$

(b)

$$P\left(x > \frac{500}{600}\right) = e^{-1.2 \times \frac{500}{600}} =$$

$\lambda = 1.2$

$n = 600$

$X = 500$

$E(x) = 500$

$P(x > X) = 0.3679$

### 第 2 題

A 公司發展出一新流感快篩試劑，宣稱其偽陽性（未感染但呈感染的陽性反應）與偽陰性比率分別為 15%、12%。已知某地區感染新流感的比率為 1%，請計算：

- (a) 檢測結果為陽性反應的機率。  
 (b) 某甲檢測為陽性，其真正感染新流感的機率。

【分析】

聯合機率 P(列i行j)

	陽性	陰性	邊際機率
感染	0.01×88% 0.009	0.01×12% 0.001	0.01
未感染	0.99×15% 0.149	0.99×85% 0.842	0.99
邊際機率	0.157	0.843	

(a)  $P(\text{陽性}) = 0.157$

(b)  $P(\text{感染}|\text{陽性}) = \frac{0.009}{0.157} = 0.057$

### 第 3 題

設有隨機變數  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ ，已知  $\sigma_X = 2$ 、 $\sigma_Y = 3$ 、 $\sigma_Z = 4$ 、 $\rho_{X,Y} = 0.4$ 、 $\sigma_{X,Z} = -1.6$ ，且  $Y$  與  $Z$  互相獨立。

(a) 求  $\text{Var}(2X + Y)$ 。

(b) 求  $\text{cov}(X + Y, Y - Z)$ 。

【分析】

(a)

$$\begin{aligned}\text{Var}(2X + Y) &= 4\text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 4\text{cov}(X, Y) \\ &= 4\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 4\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y = 4 \times 2^2 + 3^2 + 4 \times 0.4 \times 2 \times 3 = 34.6\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\text{cov}(X + Y, Y - Z) &= \text{cov}(X, Y) - \text{cov}(X, Z) + \text{var}(Y) - \text{cov}(Y, Z) \\ &= 0.4 \times 2 \times 3 - (-1.6) + 3^2 - 0 = 13\end{aligned}$$

### 第 4 題

令  $X$  為  $n = 100$ 、 $p = 0.2$  的二項分配，若要以常態分配  $Y$  來計算  $P(X \leq 18)$  的近似值，請回答下列問題：

(a) 我們應該計算  $P(Y \leq a)$  的機率，請問  $a$  之值應為何？

(b) 請找出(a)中之  $P(Y \leq a)$  的機率。

【分析】

$X$  為  $n = 100$ 、 $p = 0.2$  的二項分配，則  $E(X) = n \times p = 20$ 、 $\text{var}(X) = n \times p \times (1 - p) = 16$ 。  
 $Y$  需與  $X$  有相同的期望值、變異數，即  $E(Y) = 20$ 、 $\text{var}(Y) = 16$ 。

(a)

$$P(X \leq 18) \doteq P(Y \leq 18.5) \Rightarrow a = 18.5$$

(b)

$$P(Y \leq 18.5) = P\left(z \leq \frac{18.5 - 20}{4} = -0.375\right) =$$

---

$$\mu = 20$$

$$\sigma = 4$$

$$P(Y \leq 18.5) = 0.3538$$

### 第 5 題

某餐廳老闆想瞭解客人來電的狀況，經一段時間的觀察，發現客人到達符合平均每兩分鐘到達一個客人的卜瓦松分配。請計算：

- (a) 三分鐘內，恰好來 2 個客人的機率；
- (b) 五分鐘內，完全沒有客人的機率。

【分析】

$\lambda = 1$  人/2 分鐘， $\lambda_a = 1.5$  人/3 分鐘， $\lambda_b = 2.5$  人/5 分鐘。

(a)

$$P(X = 2) = \frac{1.5^2 \times e^{-1.5}}{2!} =$$

(c)

$$P(X = 0) = e^{-2.5} =$$

---

(a) = 0.2510

(b) = 0.0821