

## 靜宜大學 98 學年度第 2 學期企管系『統計學』小考二

【注意事項】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。

請寫上你的考試座位 A1~H10。(2010 年 3 月 17 日)

### 第 1 題

令  $X$  為  $n=150$ 、 $p=0.6$  的二項分配，若要以常態分配  $Y$  來計算  $P(X \geq 95)$  的近似值，請回答下列問題：

- (a) 請寫出  $Y$  的期望值與變異數  $E(Y)$ 、 $\text{var}(Y)$ ；
- (b) 我們應該計算  $P(Y \geq a)$  的機率，請問  $a$  之值應為何？
- (c) 請找出(b)中之  $P(Y \geq a)$  的機率。

【分析】

$X$  為  $n=150$ 、 $p=0.6$  的二項分配，則  $E(X) = n \times p = 90$ 、 $\text{var}(X) = n \times p \times (1-p) = 36$ 。

$Y$  需與  $X$  有相同的期望值、變異數，即  $E(Y) = 90$ 、 $\text{var}(Y) = 36$ 。

(a)

$$E(Y) = 90 \text{、} \sigma_Y = \sqrt{\text{var}(Y)} = 6$$

(b)

$$P(X \geq 95) \doteq P(Y \geq 94.5) \Rightarrow a = 94.5$$

(c)

$$P(Y \geq 94.5) = P\left(z \geq \frac{94.5 - 90}{6} = 0.75\right) =$$

---

$$\mu = 90$$

$$\sigma = 6$$

$$P(Y \geq 94.5) = 0.2266$$

## 第 2 題

某餐廳老闆想瞭解客人來電的狀況，經一段時間的觀察，發現客人到達符合平均每兩分鐘到達一個客人的卜瓦松分配。請計算：

- (a) 一分鐘內，至少來一個客人的機率；
- (b) 三分鐘內，完全沒有客人的機率；
- (c) 五分鐘內，恰好來 2 個客人的機率。

【分析】

$\lambda = 1$  人/2 分鐘， $\lambda_a = 0.5$  人/分鐘， $\lambda_b = 1.5$  人/3 分鐘， $\lambda_c = 2.5$  人/5 分鐘。

(a)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - e^{-0.5} =$$

(b)

$$P(X = 0) = e^{-1.5} =$$

(c)

$$P(X = 2) = \frac{2.5^2 \times e^{-2.5}}{2!} =$$

---

(a) = 0.3935

(b) = 0.2231

(c) = 0.2565

### 第 3 題

每日股票價格可能為上漲、平盤、下跌三種狀況，有一支股票這三種狀況的機率分別為 0.25、0.5、0.25。請計算：

- (a) 該股票在 6 個交易日，恰好有 3 個交易日上漲的機率；
- (b) 該股票在 6 個交易日，恰好上漲、平盤、下跌各兩日的機率。

【分析】

(a)

二項分配，以上漲為成功， $n = 6$ 、 $p = 0.25$

$$P(X = 3) = C_3^n p^3 (1 - p)^{n-3} =$$

(b)

三項分配， $n = 6$ 、 $p_1 = 0.25$ 、 $p_2 = 0.5$ 、 $p_3 = 0.25$

$$P(X_1 = 2, X_2 = 2, X_3 = 2) = \frac{6!}{2! \times 2! \times 2!} p_1^2 p_2^2 p_3^2 =$$

---

$n = 6$	$p_1 = 0.25$	$p_2 = 0.5$	$p_3 = 0.25$
$x = 3$	(a) = 0.1318		
$x_1 = 2$	$x_2 = 2$	$x_3 = 2$	(b) = 0.0879

#### 第 4 題

Let random variables X, Y have the joint probability mass function

$$f(x, y) = \frac{x+2y}{18}, \quad x=1, 2, \quad y=1, 2$$

(a) Find the marginal probability mass function  $f(x)$ .

(b) Find the conditional probability  $P(y=2|x=1)$ .

【分析】

列聯表如下：

	y = 1, 2	
x = 1, 2	$f(x, y) = \frac{x+2y}{18}$	$f(x) = \frac{x+2 \times 1}{18} + \frac{x+2 \times 2}{18}$
	$f(y) = \frac{1+2y}{18} + \frac{2+2y}{18}$	

或

x \ y	1	2	f(x)
1	3/18	5/18	8/18
2	4/18	6/18	10/18
f(y)	7/18	11/18	1

(a)

$$f(x) = \frac{x+2 \times 1}{18} + \frac{x+2 \times 2}{18} = \frac{2x+6}{18}$$

(b)

$$P(y=2|x=1) = \frac{5/18}{8/18} = \frac{5}{8}$$