靜宜大學 98 學年度第 2 學期企管系『統計學』小考一

【注意事項】本試卷共有 5 大題，每題值 20 分。請在答案卷上**依序作答**，需寫明計算或推理過程，並請清楚以**<u>劃雙底線</u>**方式標明答案。（2010 年 3 月 10 日）

第 1 題

以下是用指數分配來解卜瓦松分配的題目。已知西部航空弄丟（或延誤）旅客行李件數爲卜瓦松分配，平均每 500 旅客弄丟 1.6 件。請以指數分配來估算下列數值：

(a) 平均兩次弄丟行李間相隔都少旅客？

(b) 連續 600 名旅客都沒有弄丟行李的機率爲何？

【分析】

指數分配：$\lambda = 1.6$ ，單位時間：500 人次， $P(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ， $P(x \le a) = 1 - e^{-\lambda a}$

(a)

$$E(x) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1.6} \times 500 =$$

(b)

$$P\left(x > \frac{600}{500}\right) = e^{-1.6 \times \frac{600}{500}} =$$

λ = 1.6	n = 500	X = 600	E(x) =	312.5
			P(x>X) =	0.146607

第 2 題

假設 H1N1 新流感快篩的僞陽性(未感染但呈感染的陽性反應)與僞陰性比率分別爲 24%、18%。已知某地區感染新流感的比率爲 1%，請計算：

(a) 檢測結果爲陽性反應的機率。

(b) 某甲檢測爲陽性，其真正感染 H1N1 新流感的機率。

【分析】

聯合機率 P(列i∩行j)

	陽性	陰性	邊際機率
感染	0.01×82% 0.008	0.01×18% 0.002	0.01
未感染	0.99×24% 0.238	0.99×76% 0.752	0.99
邊際機率	0.246	0.754	

(a) $P(\text{感染}) = 0.246$

(b) $P(\text{感染}|\text{陽性}) = \dfrac{0.008}{0.246} = 0.033$

第 3 題

甲、乙兩人比賽擲一公正骰子，約定誰先擲出紅色點數（1 或 4 點）者贏，由甲先擲，請計算乙贏的機率是多少。

【分析】

擲出紅色點數的機率爲 $p=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$；

乙贏的情況在第 2、4、6、⋯次擲出紅色點數，且前面各次皆沒有擲出紅色點數，即

$$P(\text{乙贏})=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^5\times\frac{1}{3}+\cdots=\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{4}{9}}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$$

第 4 題

A certain type of aluminum screen that is 2 feet wide has on the average one flaw in an 80-foot roll. Find the probability that a 60-roll has one flaw.

【分析】

卜瓦松分配，$\lambda=\frac{60}{80}=0.75$，$P(x=1)=\lambda e^{-\lambda}=0.75\times e^{-0.75}=$

λ = 0.75	x = 1	P(x) = 0.354275

第 5 題

設有隨機變數 X、Y、Z，已知 $\sigma_X=2$、$\sigma_Y=3$、$\sigma_Z=4$、$\rho_{X,Y}=0.4$、$\sigma_{X,Z}=-1.6$，且 Y 與 Z 互相獨立。

(a) 求 $Var(X+Y)$。

(b) 求 $\operatorname{cov}(2X+Y,3Y+Z)$。

【分析】

(a)

$$\begin{aligned}Var(X+Y)&=Var(X)+Var(Y)+2\operatorname{cov}(X,Y)\\&=\sigma_X^2+\sigma_Y^2+2\rho_{X,y}\sigma_X\sigma_Y=2^2+3^2+2\times0.4\times2\times3=17.8\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}(2X+Y,3Y+Z)&=6\operatorname{cov}(X,Y)+2\operatorname{cov}(X,Z)+3\operatorname{var}(Y)+\operatorname{cov}(Y,Z)\\&=6\times0.4\times2\times3+2\times(-1.6)+3\times3^2+0=38.2\end{aligned}$$