

靜宜大學 97 學年度第 3 學期企管系『統計學』期末考

【注意事項】本試卷共有 10 題，每題值 12 分。請在答案卷上依序作答，需寫明計算或推理過程（否則最多只能得到一半題分），並請清楚以劃雙底線方式標明答案。

（2009 年 7 月 30 日）

1. 若 X 為 $n=100$ 、 $p=0.1$ 之二項分配，則 $P(X \leq 13)$ 最接近下列何者：

(A) 0.82；(B) 0.85；(C) 0.88；(D) 0.91；(E) 0.94。

【解答】(C)。

以 $\mu=np=10$ 、 $\sigma=\sqrt{np(1-p)}=3$ 之常態分配 Y 來近似。

$$P(X \leq 13) = P(Y \leq 13.5) = P\left(z \leq \frac{13.5-10}{3} = 1.167\right) = 0.8783$$

2. 若 X 為 $\mu=10$ 、 $\sigma=4$ 之常態分配，則 $P(4 \leq X \leq 16)$ 最接近下列何者：

(A) 0.78；(B) 0.82；(C) 0.86；(D) 0.90；(E) 0.94。

【解答】(C)。

$$P(4 \leq X \leq 16) = P\left(\frac{4-10}{4} \leq z \leq \frac{16-10}{4}\right) = P(-1.5 \leq z \leq 1.5) = 0.8664$$

3. 若從一個母體比例為 0.2 之母體中隨機抽取大小為 64 的樣本。則樣本比例大於 0.1 的機率最接近下列何者：

(A) 0.78；(B) 0.82；(C) 0.86；(D) 0.90；(E) 0.94。

【解答】(E)。

$p=0.2$ 、 $n=64$ 。

樣本比例 $\bar{p}$ 為 $\mu_{\bar{p}}=p=0.2$ 、 $\sigma_{\bar{p}}=\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{0.2 \times 0.8}}{\sqrt{64}}=0.05$ 之常態分配。

$$P(\bar{p} \geq 0.1) = P\left(z \geq \frac{0.1-0.2}{0.05}\right) = P(z \geq -2) = 0.9772$$

4. 從一個標準差為 50 之母體中隨機抽取 100 個物品作為樣本，樣本平均數為 600。在 95%信賴水準下，其最大容忍誤差 ε 最接近下列何者：

(A) 5；(B) 10；(C) 25；(D) 50；(E) 80。

【解答】(B)。

$\sigma=50$ 、 $n=100$ 、 $1-\alpha=95\% \rightarrow z=1.96$ 。

$$\varepsilon = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{50}{\sqrt{100}} = 9.8$$

5. 設有隨機變數 X 、 Y 、 Z ， $\text{var}(X)=1$ ， $\text{var}(Y)=2$ ， $\text{var}(Z)=4$ ， $\text{cov}(X,Y)=-1$ ，且 X 、 Y 對 Z 為獨立。則 $\text{var}(X+Y+Z)$ 最接近下列何者：

(A) 5；(B) 7；(C) 9；(D) 11；(E) 13。

【解答】(A)。

$$\text{var}(X+Y+Z) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) + \text{var}(Z) + 2\text{cov}(X,Y) = 1 + 2 + 4 - 2 = 5$$

6. 設 $Z = 2X + Y$ ，其中 X 、 Y 相互獨立，且 X 為 $\mu = 3$ 、 $\sigma = 2$ 的常態分配， Y 為 $\mu = 2$ 、 $\sigma = 3$ 的常態分配。左尾檢定，臨界值為 10，則 p 值為何？

【解答】

$$Z = 2X + Y \text{ 爲常態分配， } \mu = 2 \times 3 + 2 = 8, \sigma = \sqrt{4 \times 2^2 + 3^2} = 5$$

$$p = P(Z \leq 10) = P\left(z \leq \frac{10-8}{5} = 0.4\right) = \underline{0.6554}$$

7. 某研究調查同學對統計課的滿意度，經隨機訪問 64 位同學，結果有 32 位表示滿意，請寫出滿意度在 95% 信賴度下的信賴區間。

【解答】

$$\bar{p} = \frac{32}{64} = 0.5$$

$$\varepsilon = t \times \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{\sqrt{0.5 \times 0.5}}{\sqrt{64}} = 0.1225$$

$$C.I. = \{0.5 \pm 0.1225\} = \underline{\underline{\{0.3775 \leq p \leq 0.6225\}}}$$

8. 某市調單位想瞭解市民對市長的滿意度，假設他們要求信心水準 95% 以上，最大容忍誤差 3% 以下。則該研究的最低樣本數為何？

【解答】

$$n \geq \frac{z^2 \sigma^2}{\varepsilon^2} = \frac{1.96^2 \times 0.5^2}{0.03^2} = 1,067.11 \approx \underline{1068}$$

9. X 為自由度 (2, 6) 的 F 分配。請寫出 X 在 90% 信賴度下的信賴區間。

【解答】

$$F_{\alpha=0.05, df=(2,6)} = 5.1443, F_{\alpha=0.95, df=(2,6)} = \frac{1}{F_{\alpha=0.05, df=(6,2)}} = \frac{1}{19.330} = 0.0517$$

$$\underline{\underline{CI = \{0.0517 \leq X \leq 5.1443\}}}$$

10. 樣本 $X_1, \dots, X_n$ 為 i.i.d.，來自平均數 μ 、標準差 σ 的母體，若

$$Y_1 = \frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4}{10}, Y_2 = \frac{5X_1 + 5X_n}{10}$$

請以相對有效性判斷 Y_1 、 Y_2 兩估計量哪一個比較好。

【解答】

$$V(Y_1) = V\left(\frac{X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4}{10}\right) = \frac{(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)}{100} \sigma^2 = \frac{30}{100} \sigma^2$$

$$V(Y_2) = V\left(\frac{5X_1 + 5X_n}{10}\right) = \frac{(5^2 + 5^2)}{100} \sigma^2 = \frac{50}{100} \sigma^2$$

$$V(Y_1) < V(Y_2), \text{ 故 } Y_1 \text{ 相對有效於 } Y_2。$$

F 分配右尾臨界值表

n2 \ n1	$\alpha = 0.025$				$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.1$			
	2	4	6	8	2	4	6	8	2	4	6	8
2	39.0000	39.2484	39.3315	39.3730	19.0000	19.2468	19.3295	19.3710	9.0000	9.2434	9.3255	9.3668
4	10.6491	9.6045	9.1973	8.9796	6.9443	6.3882	6.1631	6.0410	4.3246	4.1072	4.0097	3.9549
6	7.2599	6.2272	5.8198	5.5996	5.1433	4.5337	4.2839	4.1468	3.4633	3.1808	3.0546	2.9830
8	6.0595	5.0526	4.6517	4.4333	4.4590	3.8379	3.5806	3.4381	3.1131	2.8064	2.6683	2.5893
10	5.4564	4.4683	4.0721	3.8549	4.1028	3.4780	3.2172	3.0717	2.9245	2.6053	2.4606	2.3772
12	5.0959	4.1212	3.7283	3.5118	3.8853	3.2592	2.9961	2.8486	2.8068	2.4801	2.3310	2.2446