

靜宜大學 97 學年度第 2 學期企管系『統計學』期中考

【注意事項】本試卷共有 12 題。其中，1~8 為選擇題，每題值 6 分；9~12 為計算，每題值 15 分。請在答案卷上依序作答，選擇題只需寫出答案，計算題需寫明過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2009 年 4 月 15 日)

1. 已知樣本平均數越大則越可能拒絕虛無假設，則其虛無假設應為下列何者？

(A) $H_0: \mu \leq 20$; (B) $H_0: \mu \geq 20$; (C) $H_0: \mu < 20$; (D) $H_0: \mu > 20$; (E) 以上皆非。

【解答】(A)。

由『越大越可能拒絕虛無假設』，得知是右尾檢定，故應為 $H_0: \mu \leq 20$ 。

(虛無假設永遠包含等號！)

2. 已知 $H_0: \mu = 3$ ，檢定統計量 $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ ， $\alpha = 0.05$ ，則其拒絕區域應為下列何者？

(A) $R = \{ |z| \geq 1.96 \}$; (B) $R = \{ |z| \leq 1.96 \}$; (C) $R = \{ |z| > 1.96 \}$; (D) $R = \{ |z| < 1.96 \}$;

(E) 以上皆非。

【解答】(C)。

由虛無假設 ($H_0: \mu = 3$) 得知為雙尾檢定，其拒絕區域為 $R = \{ |z| > 1.96 \}$ 。

(保守原則下，拒絕區域不含等式！)

3. 某假設檢定問題，已知的數據如下： $\sigma = 3$ 、 $n = 36$ 、 $\bar{x} = 9.2$ 、 $s = 2.8$ 、 $\alpha = 0.05$ ，則最可能使用的抽樣分配為下列何者？

(A) z 分配 ; (B) t 分配 ; (C) χ^2 分配 ; (D) F 分配 ; (E) 以上皆非。

【解答】(C)。

母體資訊只有 $\sigma = 3$ ，因此虛無假設裡頭必有 σ ，我們會作的只有 $H_0: \sigma^2 \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} \text{常數}$ ，

其檢定統計量只有 $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ 。

4. 比較 α 值與 p 值的大小，下列何者是作『拒絕虛無假設』決策的條件？

(A) $\alpha > p$; (B) $\alpha \leq p$; (C) $\alpha > p$; (D) $\alpha < p$; (E) 以上皆非。

【解答】(C)。

顯著水準 α 越大，則拒絕區域大，則越容易拒絕虛無假設，故應為 $\alpha > p$ 。

(如同拒絕區域，保守原則之下，這裡不含等式！)

5. 下列何者會使型 II 錯誤機率 β 變小？

(A) 降低 α ; (B) 增加 n ; (C) 真實 μ' 變小 ; (D) 真實 μ' 變大 ; (E) 以上皆非。

【解答】(B)。

(A)：真實 μ' 固定之下， α 、 β 在臨界值的兩端，因此其大小反向 ($\alpha \uparrow, \beta \downarrow$)。

- (B)：樣本數 n 與抽樣分配標準差反向 ($n \uparrow, \sigma_{\bar{x}} \downarrow = \sigma/\sqrt{n}$)，而 $\sigma_{\bar{x}}$ 與兩個錯誤機率 α 、 β 皆同向 ($\sigma_{\bar{x}} \uparrow, \beta \uparrow$)，故樣本數 n 與 β 反向 ($n \uparrow, \beta \downarrow$)。
- (C)、(D)： μ' 對 β 的影響因左尾或右尾檢定而異。

6. 下列何者不是變異數分析 (ANOVA) 的假設？

- (A)各組樣本數相等；(B)各組母體均為常態分配；(C)各組母體的標準差相等；
(D)各組母體互相獨立；(E)以上皆非。

【解答】(A)。

7. 就以下變異數分析表：

變異來源	平方和	自由度	均方	F
組間變異	64	2		
集群變異	32	4		(b)
隨機變異				
總和	120	(a)		

表中 (a) 位置的數值最接近下列何者？

- (A)2；(B)4；(C)6；(D)8；(E)10。

【解答】(E)。

隨機變異的自由度為 $2 \times 4 = 8$ ，故總和的自由度為 $2 + 4 + 8 = 14$ 。

8. (繼續上題) 表中 (b) 位置的數值最接近下列何者？

- (A)2；(B)4；(C)6；(D)8；(E)10。

【解答】(A)。

$$SSE = SST - SSA - SSB = 120 - 64 - 32 = 24$$

$$F_b = \frac{SSB/df_B}{SSE/df_E} = \frac{32/4}{24/8} = 2.667$$

完整變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方	F
組間變異	64.00	2	32.00	10.667
集群變異	32.00	4	8.00	2.667
隨機變異	24.00	8	3.00	
總和	120.00	14		

9. 以下是某次檢定完成的變異數分析表： $(\alpha = 0.05)$

變異來源	平方和	自由度	均方	F
組間變異	42.30	3	14.10	11.381
隨機變異	22.30	18	1.24	
總和	64.60	21		

(a)請寫出其虛無假設；(b)請寫出其拒絕區域；(c)請寫出其檢定結果。

【解答】

- (a) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ 。
- (b) $F_{\alpha=0.05, df=(3,18)} = 3.1599$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.1599\}$ 。
- (c) $F^* = 11.381 \in R$ ，拒絕虛無假設，該四組母體的平均數不完全相等。

10. 某白米廠的白米每包標示為 5 公斤，其經銷商進一批該白米，經抽取 36 包，檢測得出樣本平均數 $\bar{x} = 4.86$ ，標準差 $s = 0.54$ 。經銷商想以統計方法來決定是否收下該批白米 ($\alpha = 0.05$)。

(a)請寫出其虛無假設；(b)請寫出其拒絕區域；(c)請寫出其檢定結果。

【解答】

- (a) $H_0: \mu \geq 5$ 。
- (b)因自由度 $df = 36 - 1 = 35 > 30$ ，屬大樣本，用 z 分配。拒絕區域 $R = \{z < -1.645\}$ 。
- (c) $z^* = t^* = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{4.86 - 5}{0.54/\sqrt{36}} = -1.556 \notin R$ ，無法拒絕虛無假設，接受該批白米。

11. 某校執行一系列活動以增強其學生的英文程度，目標為 TOEIC 成績平均達 650 分以上。現在該校隨機檢測 36 位同學的 TOEIC 成績，若其平均分數大於 660 分，則可以宣稱目標已達成。(假設 TOEIC 測驗的標準差為 30 分。)

- (a)請寫出其虛無假設；(b)請計算其使用的顯著水準 α ；
- (c)若該校學生真正的平均數為 655 分，請計算發生型 II 錯誤的機率 β 。

【解答】

- (a) $H_0: \mu \leq 650$ 。
- (b) $R = \{\bar{x} > 660\} = \left\{z > \frac{660 - 650}{30/\sqrt{6}} = 2\right\}$ ，右尾、 z 分配、 $z^* = 2$ ，查得 $\alpha = 0.0228$ 。
- (c)左尾、 z 分配、 $z' = z^* + \frac{650 - 655}{30/\sqrt{36}} = 1$ ，查得 $\beta = 0.8413$ 。
- 或，左尾、 z 分配、 $z' = \frac{\bar{x}^* - \mu'}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{660 - 655}{30/\sqrt{36}} = 1$ ，查得 $\beta = 0.8413$ 。

12. 就下列雙因子變異分析資料：

	A1	A2	A2
B1	5	9	7
B2	6	12	5
B3	8	11	6
B4	4	9	8
B5	5	10	7

- (a)請寫出其變異數分析表。
- (b)請檢定縱向分組 ($A_1, \dots, A_3$) 是否有差異。($\alpha = 0.05$)
- (c)請檢定橫向分組 ($B_1, \dots, B_5$) 是否有差異。($\alpha = 0.05$)

【解答】

	A1	A2	A2	$\Sigma(\text{列})$	$n_{\text{列}}$	$(\Sigma \text{列})^2/n_{\text{列}}$
B1	5	9	7	21	3	147.0
B2	6	12	5	23	3	176.3
B3	8	11	6	25	3	208.3
B4	4	9	8	21	3	147.0
B5	5	10	7	22	3	161.3
$\Sigma(\text{行})$	28	51	33	112	15	840.0
$n_{\text{行}}$	5	5	5	15		
$(\Sigma \text{行})^2/n_{\text{行}}$	156.8	520.2	217.8	894.8		

χ^2	A1	A2	A2	合計
B1	25	81	49	
B2	36	144	25	
B3	64	121	36	
B4	16	81	64	
B5	25	100	49	
合計	166	527	223	916

變異來源	平方和	自由度	均方	F	p	F^*
處置變異	58.53	2	29.27	13.405	0.0028	4.4590
集區變異	3.73	4	0.93	0.427	0.7854	3.8379
組內變異	17.47	8	2.18			
總變異	79.73	14			$\alpha =$	0.05

(b) $F = 13.405 > F_{\alpha=0.05, df=(2,8)} = 4.459$ ，拒絕虛無假設， $A_1, \dots, A_3$ 間並非完全相同。

(c) $F = 0.427 < F_{\alpha=0.05, df=(4,8)} = 3.838$ ，無法拒絕虛無假設， $B_1, \dots, B_5$ 間沒有差異。

需要的統計表：

$$F_{\alpha=0.05, df=(2,8)} = 4.459 \text{、} F_{\alpha=0.05, df=(4,8)} = 3.838 \text{、} \alpha_{z=2} = 0.0228 \text{、} \beta_{z=1} = 0.8413 \text{、} \\ z_{\alpha=0.05} = 1.645 \text{、} F_{\alpha=0.05, df=(3,18)} = 3.1599 \text{。}$$