

靜宜大學 97 學年度第 2 學期企管系『統計學』小考 1

【注意事項】本試卷共有 6 題。每題值 20 分。請在答案卷上依序作答，需寫明過程，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2009 年 5 月 27 日)

1. 就下列資料：

x	y
2	3
6	8
4	7
8	11

(a) 若迴歸式為 $y = \alpha + \beta x$ ，請計算迴歸參數的估計值 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 。

(b) 請計算判定係數 R^2 。

(c) 請寫出迴歸變異數分析表。

【解答】

x	y	x^2	y^2	xy
2	3	4	9	6
6	8	36	64	48
4	7	16	49	28
8	11	64	121	88
20	29	120	243	170

(a)

$$|\Sigma| = n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x = 4 \times 120 - 20 \times 20 = 80$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma xy}{|\Sigma|} = \frac{29 \times 120 - 20 \times 170}{80} = 1$$

$$\hat{\beta} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{|\Sigma|} = \frac{4 \times 170 - 20 \times 29}{80} = 1.25$$

(b)

$$SST = \Sigma y^2 - \frac{\Sigma y \Sigma y}{n} = 243 - \frac{29 \times 29}{4} = 32.75$$

$$SSR = n\hat{\alpha}^2 + 2\hat{\alpha}\hat{\beta}\Sigma x + \hat{\beta}^2\Sigma x^2 - \frac{\Sigma y \Sigma y}{n} = 4 + 2 \times 1.25 \times 20 + 1.25^2 \times 120 - \frac{29^2}{4} = 31.25$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{31.25}{32.75} = 0.9542$$

(c)

$$SSE = SST - SSR = 32.75 - 31.25 = 1.5$$

變異來源	平方和	自由度	均方	F
迴歸變異	31.25	1	31.25	41.667
隨機變異	1.50	2	0.75	
總和	32.75	3		

2. 就下列資料：

	期望值	標準差
α	0.784	1.119
β	1.336	0.192
R^2	0.9414	
$R^2\text{-adj}$	0.9219	
迴歸式： $y = 0.784 + 1.336 x$		

變異來源	平方和	自由度	均方	F
迴歸變異	41.42	1	41.42	48.211
隨機變異	2.58	3	0.86	
總和	44.00	4		

$$\Sigma x = 27, \quad \Sigma x^2 = 169$$

(a) 請檢定 $H_0: \alpha = \beta = 0$ 。

(b) 請檢定 $H_0: \beta = 0$ 。

(c) 若 $x = 9$ (群體資料)，請以 $1 - \alpha = 95\%$ 作 $\hat{y}_{x=9}$ 的信賴區間。

【解答】

(a)

$$F_{\alpha=0.05, df=(1,3)}^* = 10.128$$

$F = 48.211 > F^* = 10.128$ ，拒絕虛無假設， α 、 β 不會同時為零。

(b)

$$t_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=3}^* = 3.1824$$

$$t = \frac{\hat{\beta}}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{1.336}{0.192} = 6.943 > t^* = 3.182，拒絕虛無假設，\beta 不等於零。$$

(c)

$$\hat{y}_{x=9} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = 0.784 + 1.336 \times 9 = 12.810$$

$$n = 4 + 1 = 5$$

$$s_{\hat{\alpha} + \hat{\beta}x} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{n(x_g - \bar{x})^2}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x} \right) MSE} = \sqrt{\left(\frac{1}{5} + \frac{5(9 - 27/5)^2}{5 \times 169 - 27 \times 27} \right) \times 0.86} = 0.807$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=3}^* = 3.1824$$

$$\varepsilon = t_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=3}^* \times s_{\hat{\alpha} + \hat{\beta}x} = 3.1824 \times 0.807 = 2.568$$

$$C.I. = \{12.810 \pm 2.568\} = \{10.242 \leq y_{x=9} \leq 15.378\}$$

t 分配右尾臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
1	63.6567	31.8205	12.7062	6.3138	3.0777
2	9.9248	6.9646	4.3027	2.9200	1.8856
3	5.8409	4.5407	3.1824	2.3534	1.6377
4	4.6041	3.7469	2.7764	2.1318	1.5332
5	4.0321	3.3649	2.5706	2.0150	1.4759

F 分配右尾臨界值表

n2 \ n1	$\alpha = 0.05$				
	1	2	3	4	5
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296
3	10.128	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503