靜宜大學 97 學年度第 1 學期企管系『統計學』小考二

- 【注意】(1)本試卷共有 10 題選擇題(單選題,每題值 10 分);請將答案畫記在答案卡上。
(2)請選擇一個最恰當,或數值最接近的答案。(2008 年 12 月 10 日)

請就下列資料回答 1~3 題:

設隨機變數 x, y, z , $\text{var}(x) = 4, \text{var}(y) = 9, \text{var}(z) = 16, \text{cov}(x, y) = 3$, 且 x, y 對 z 獨立。

1. $\text{cov}(x, z)$ 為何? (A) 1; (B) 5; (C) 9; (D) 12; (E) 18。
2. $\text{var}(x + y - z)$ 為何? (A) 1; (B) 5; (C) 9; (D) 12; (E) 18。
3. $\text{cov}(x + y, y + z)$ 為何? (A) 1; (B) 5; (C) 9; (D) 12; (E) 18。

【解】(1)A、(2)E、(3)D

$$\begin{aligned}\text{cov}(x, z) &= 0 \\ \text{var}(x + y - z) &= \text{var}(x + y) + \text{var}(z) \\ &= \text{var}(x) + 2\text{cov}(x, y) + \text{var}(y) + \text{var}(z) = 4 + 6 + 9 + 16 = 35 \\ \text{cov}(x + y, y + z) &= \text{cov}(x + y, y) = \text{cov}(x, y) + \text{var}(y) = 3 + 9 = 12\end{aligned}$$

請就下列資料回答 4~5 題:

設有機率密度函數 $f(x) = ax, 0 \leq x \leq 2$ 。

4. 其中 a 之值為何? (A) $\frac{1}{2}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{1}{6}$; (D) $\frac{1}{12}$; (E) $\frac{1}{24}$ 。
5. $E(x)$ 之值為何? (A) $\frac{8}{2}$; (B) $\frac{8}{3}$; (C) $\frac{8}{6}$; (D) $\frac{8}{12}$; (E) $\frac{8}{24}$ 。

【解】(4)A、(5)C

$$\begin{aligned}\int_{x=0}^2 ax dx &= \frac{1}{2} ax^2 \Big|_0^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ E(X) &= \int_{x=0}^2 x \frac{1}{2} x dx = \int_{x=0}^2 \frac{1}{2} x^2 dx = \frac{8}{6}\end{aligned}$$

請就下列資料回答 6~7 題:

Let the random variable X and Y have the joint probability distribution function:

$$f(x, y) = x + y, \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

6. Compute the marginal probability function $f(x)$:

(A) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$; (B) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$; (C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}y$; (D) $x + \frac{1}{2}$; (E) $\frac{1}{2} + y$ 。

7. Compute the variance of X, $\text{var}(x)$: (A) $\frac{1}{2}$; (B) $\frac{1}{3}$; (C) $\frac{1}{6}$; (D) $\frac{1}{12}$; (E) $\frac{1}{24}$ 。

【解】(6)D、(7)D

$$f(x) = \int_{y=0}^1 (x+y) dy = \left(xy + \frac{1}{2} y^2 \right) \Big|_0^1 = x + \frac{1}{2}$$

$$E(X) = \int_{x=0}^1 x \left(x + \frac{1}{2} \right) dx = \frac{7}{12}, \quad E(X^2) = \int_{x=0}^1 x^2 \left(x + \frac{1}{2} \right) dx = \frac{5}{12}$$

$$\text{var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{5}{12} - \frac{7}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{11}{144}$$

8. 在 140 個同學中，沒有任何人在 10 月 10 日出生的機率為何？

(A) 0.2 ; (B) 0.3 ; (C) 0.4 ; (D) 0.5 ; (E) 0.6 。

【解】(8)E

機率分配的部分，不要用超幾何分配，用二項分配作，而且以卜瓦松來近似。

$$\lambda = \frac{140}{365}, \quad P(x=0) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-\frac{140}{365}} = 0.6813$$

9. 持續擲一個六面的骰子，直到每一面皆出現過，平均要擲多少次？

(A) 14 ; (B) 15 ; (C) 16 ; (D) 17 ; (E) 18 。

【解】(9)B

六個階段的幾何分配，其成功機率 p 分別為 $\frac{6}{6}, \frac{5}{6}, \dots, \frac{1}{6}$ ，全部次數加總即答案。

$$E(x) = \frac{1}{6/6} + \frac{1}{5/6} + \frac{1}{4/6} + \frac{1}{3/6} + \frac{1}{2/6} + \frac{1}{1/6} = 14.7$$

10. A restaurant manager wants to know the pattern of customers' arrival. Based on past experience, it is assumed that the number of customers per minute follows a **Poisson** distribution with an average of **0.5** per minute. What is the probability that in one minute there will be **at least 2** customers?

(A) 0.1 ; (B) 0.2 ; (C) 0.3 ; (D) 0.4 ; (E) 0.5 。

【解】(10)A

$$X \text{ 爲卜瓦松分配： } \lambda = 0.5 \text{ (人/1 分鐘)}, \quad P(X) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

卜瓦松分配： $\lambda = 0.5$ (人/1 分鐘)

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x=0) - P(x=1) = 1 - \frac{0.5^0 e^{-0.5 \times 0}}{0!} - \frac{0.5^1 e^{-0.5}}{1!} = 0.0902$$