

## 靜宜大學 96 學年度第 3 學期企管系『統計學』期末考

【注意】本試卷共有 11 小題，每題值 10 分。請在答案卷上依序作答，請列出必要的計算過程或說明，並請清楚以劃雙底線方式標明答案。(2008 年 7 月 30 日)

請就下列資料回答 1、2、3 三題：

設有隨機變數  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ， $Var(x)=1$ ， $Var(y)=2$ ， $Var(z)=4$ ， $\rho(x,y)=0.6$ ，且  $x$ 、 $y$  對  $z$  為獨立。

1.  $Cov(x,y)$  之值為何？
2.  $Var(0.4x+0.4y+0.2z)$  之值為何？
3.  $Cov(x+2y,z)$  之值為何？

【解】

$$Cov(x,y) = \rho \times \sigma_x \times \sigma_y = 0.6 \times \sqrt{1} \times \sqrt{2} = \underline{0.8485}$$

$$Var(0.4x+0.4y+0.2z) = 0.4^2 \times 1 + 0.4^2 \times 2 + 0.2^2 \times 4 + 2 \times 0.4 \times 0.4 \times cov(x,y) = \underline{0.9115}$$

$$Cov(x+2y,z) = cov(x,z) + 2cov(y,z) = \underline{0}$$

4. 某路段平均每年發生 2.5 件傷亡車禍。請計算該路段 6 個月內恰好發生 2 件傷亡車禍的機率。

【解】

$$\text{卜瓦松分配， } \lambda = \frac{2.5}{2} = 1.25, \quad x = 2$$

$$P(x=2) = \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = \underline{0.2238}$$

5. 若  $X$  符合二項分配，且  $E(X)=4$ 、 $Var(X)=2.4$ ，則  $P(X=3)$  為何？

【解】

$$\begin{cases} E(X) = np = 4 \\ V(X) = np(1-p) = 2.4 \end{cases} \Rightarrow n=10, \quad p=0.4$$

$$P(x=3) = C_3^{10} \times 0.4^3 \times 0.6^7 = \underline{0.2150}$$

6. 若  $Y$  符合  $n=100$ 、 $p=0.2$  的二項分配，則  $P(Y=26)$  為何？

【解】

$$\text{以常態來近似二項分配， } \mu = np = 20, \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)} = 4$$

$$P(Y=26) = P_{\text{常態}}(25.5 \leq X \leq 26.5) = \underline{0.0351}$$

$$(\text{由 Excel 求得之二項分配， } P(x=26)_{n=100,p=0.2} = 0.0316)$$

7. 設  $Z = X + Y$ ，其中  $X$ 、 $Y$  相互獨立，且  $X$  為  $\mu=3$ 、 $\sigma=3$  的常態分配， $Y$  為  $\mu=2$ 、 $\sigma=4$  的常態分配。左尾檢定，臨界值為 10，則  $p$  值為何？

【解】

$$Z = X + Y \text{ 爲常態分配， } \mu = 3 + 2 = 5, \quad \sigma = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$p = P(Z \leq 10) = P\left(z \leq \frac{10-5}{5} = 1\right) = \underline{0.8413}$$

8. 就以下  $F$  分配機率表， $F_{\alpha=0.95,df=(5,4)}$  之值為何？

$F$  分配右尾臨界值表

n2 \ n1	$\alpha = 0.025$				$\alpha = 0.05$			
	2	3	4	5	2	3	4	5
2	39.0000	39.1655	39.2484	39.2982	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964
3	16.0441	15.4392	15.1010	14.8848	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135
4	10.6491	9.9792	9.6045	9.3645	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561
5	8.4336	7.7636	7.3879	7.1464	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503
6	7.2599	6.5988	6.2272	5.9876	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874

【解】

$$F_{\alpha=0.95,df=(5,4)} = \frac{1}{F_{\alpha=0.05,df=(4,5)}} = \frac{1}{5.1922} = \underline{0.1926}$$

9. 一組 64 人的隨機樣本，調查大學畢業生第一份工作的月薪，發現平均\$22,000，標準差為\$4,000。則平均月薪在 95%信賴度下的最大容忍誤差 ( $\varepsilon$ ) 為何？

【解】

$$\varepsilon = t \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{\$4,000}{\sqrt{64}} = \underline{\$980.0}$$

10. 某市調單位想瞭解單身住家每月的電費，假設他們要求信心水準 99%以上，最大容忍誤差\$10 以下，且根據以往的研究經驗，該類住家每月電費的標準差為\$40。則該研究的最低樣本數為何？

【解】

$$n \geq \left( \frac{z\sigma}{\varepsilon} \right)^2 = \left( \frac{2.58 \times 40}{10} \right)^2 = 106.16 \approx \underline{107}$$

11. 某研究調查同學對統計課的滿意度，經隨機訪問 36 位同學，結果有 24 位表示滿意，請寫出滿意度在 95%信賴度下的信賴區間。

【解】

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{24}{36} = 0.6667 \\ \varepsilon &= t \times \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{\sqrt{0.33 \times 0.67}}{\sqrt{36}} = 0.1537 \\ C.I. &= \{0.6667 \pm 0.1537\} = \underline{\underline{\{0.5163 \leq p \leq 0.8237\}}} \end{aligned}$$

$z$  分配左尾機率表

$z$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319