

靜宜大學 95 學年度第 2 學期企管系『統計學』期中考

【注意】本試卷共有 3 大題，前兩大題之每小題各值 16 分，第三大題值 20 分。前兩大題的假設檢定需按照講義所介紹的五個步驟書寫，步驟不完全者最多得題分之 50%。

(2007 年 4 月 29 日)

1. 某罐裝咖啡標示其咖啡因含量不多於 15cc。今隨機抽取 64 罐此品牌咖啡作檢查，發現其平均咖啡因的含量為 15.3cc，標準差為 1.2cc。
- (a) 假設顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，請檢定廠商的宣稱是否屬實。
- (b) 若真實的咖啡因含量為 15.4cc，請計算(a)的 β 值。
- (c) 請以 p 值法檢定該宣稱。

【解】

(a)

基本資料：右尾、 $\mu = 15$ 、 $n = 64$ 、 $\bar{x} = 15.3$ 、 $s = 1.2$ 、 $\alpha = 0.05$

(1) 虛無假設 $H_0: \mu \leq 15$ (右尾)

(2) 檢定統計量 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ， $df = 64 - 1$ ，大樣本

(3) 右尾、 z 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $z = \frac{15.3 - 15}{1.2/\sqrt{64}} = 2 \in R$ ，拒絕 H_0

(5) 有足夠證據顯示咖啡因含量高於其所宣稱的 15cc。

(b)

基本資料：右尾、 $\mu = 15$ 、 $n = 64$ 、 $\bar{x} = 15.3$ 、 $s = 1.2$ 、 $\alpha = 0.05$ 、 $\mu' = 15.4$

(1) 虛無假設 $H_0: \mu \leq 15$ (右尾)

(2) 檢定統計量 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ， $df = 64 - 1$ ，大樣本

(3) 右尾、 z 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$

(4) 正確分配之新臨界值 $z' = 1.645 + \frac{15 - 15.4}{1.2/\sqrt{64}} = -1.022$

(5) 左尾、 z 分配、 $z' = -1.022$ ，求得 $\beta = 0.1534$ 。

(c)

基本資料：右尾、 $\mu = 15$ 、 $n = 64$ 、 $\bar{x} = 15.3$ 、 $s = 1.2$

(1) 虛無假設 $H_0: \mu \leq 15$ (右尾)

(2) 檢定統計量 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ， $df = 64 - 1$ ，大樣本

(3) 樣本檢定統計量值 $z = \frac{15.3 - 15}{1.2/\sqrt{64}} = 2$

(4) 右尾、 z 分配、 $z^* = 2$ ，求得 $p = 0.0228$

(5) 若 α 大於 $p = 0.0228$ 則拒絕 H_0 ，即有足夠證據顯示其所宣稱不實。

2. 某保養品工廠生產某種神奇美容乳液，生產線設定每瓶裝填量為 15cc。今該工廠新設立一條生產線，為了驗證新生產線的效能，分別對兩生產線作隨機取樣檢查，結果如下：

舊生產線	新生產線
$n_1 = 16$	$n_2 = 25$
$\bar{x}_1 = 14.2$	$\bar{x}_2 = 15.8$
$s_1 = 2.2$	$s_2 = 2.8$

(a) 假設顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，請檢定兩生產線標準差是否相等。

(b) 請以(a)之結果，檢定兩生產線裝填量是否相等。($\alpha = 0.05$)

【解】

(a)

基本資料：雙尾、 $\bar{x}_1 = 14.2$ 、 $s_1 = 2.2$ 、 $n_1 = 16$ 、 $\bar{x}_2 = 15.8$ 、 $s_2 = 2.8$ 、 $n_2 = 25$ 、 $\alpha = 0.05$

(1) 虛無假設 $H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ (雙尾)

(2) 檢定統計量 $F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ ， $df = (15, 24)$

(3) 雙尾、 $df = (15, 24)$ 之 F 分配、 $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F < 0.370 \text{ 或 } F > 2.437\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $F = \frac{2.2^2}{2.8^2} \times 1 = 0.6173 \notin R$ ，無法拒絕 H_0

(5) 沒有足夠證據來推翻兩母體變異數相等的假設。

【另一種作法】

一般 F 表不會有左尾，因此，操作雙尾檢定有一定的困難。還好，這個困難可以用點小技巧來解決。作法是讓樣本檢定統計量值大於一，如此一來，我們只需要右尾臨界值；本題的統計量值應如此計算： $F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{2.8^2}{2.2^2} = 1.6198$ 。

(1) 虛無假設 $H_0: \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = 1$ (雙尾)

(2) 檢定統計量 $F = \frac{s_2^2}{s_1^2} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ ， $df = (24, 15)$

(3) 右尾、 $df = (24, 15)$ 之 F 分配、 $\alpha = \frac{0.05}{2} = 0.025$ ，拒絕區域 $R = \{F > 2.701\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{2.8^2}{2.2^2} = 1.6198 \notin R$ ，無法拒絕 H_0

(5) 沒有足夠證據來推翻兩母體變異數相等的假設。

(b)

基本資料：雙尾、 $\bar{x}_1 = 14.2$ 、 $s_1 = 2.2$ 、 $n_1 = 16$ 、 $\bar{x}_2 = 15.8$ 、 $s_2 = 2.8$ 、 $n_2 = 25$ 、 $\alpha = 0.05$
兩母體變異數未知但相等，

$$s_p^2 = \frac{(16-1) \times 2.2^2 + (25-1) \times 2.8^2}{16+25-2} = 6.6862 = 2.586^2, \quad df = 16+25-2 = 39$$

(1) 虛無假設 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ (雙尾)

$$(2) \text{檢定統計量 } t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}, df = 39, \text{大樣本}$$

$$(3) \text{雙尾、} z \text{ 分配、} \alpha = 0.05, \text{求得拒絕區域 } R = \{|z| > 1.96\}$$

$$(4) \text{樣本檢定統計量值 } t = \frac{14.2 - 15.8}{2.586 \times \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{25}}} = -1.933 \notin R, \text{無法拒絕 } H_0$$

(5) 沒有足夠證據來推翻新、舊兩生產線產量相等的假設。

3. 某醫生的門診時間為每天 9:00AM~12:00PM。以下是等候看診時間的樣本（單位為分鐘）：

10	12	20	15	17
10	30	28	35	28
8	6	10	12	14
12	22	24	28	10
18	14	15	12	10
19	27	25	22	33
37	14	21	20	23

請計算平均等候時間信賴度 $1 - \alpha = 95\%$ 的信賴區間。（此資料之 $\bar{x} = 18.89$ 、 $s = 8.24$ ）

【解】

基本資料：區間、 $n = 35$ 、 $\bar{x} = 18.89$ 、 $s = 8.24$ 、 $1 - \alpha = 95\%$

抽樣分配 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ ， $df = 35 - 1$ ，大樣本

區間、 z 分配、 $1 - \alpha = 95\%$ ，求得信賴區間 $CI_z = \{-1.96 \leq z \leq 1.96\}$

$$\bar{x}^* = 18.89 \pm 1.96 \times \frac{8.24}{\sqrt{35}} = 16.160, 21.620 \Rightarrow CI_{\bar{x}} = \{16.160 \leq \bar{x} \leq 21.620\}$$