靜宜大學 95 學年度第 2 學期企管系『統計學』期末考

【注意】本試卷共有 10 題選擇或填充題，每題值 12 分。請在答案卷標明題號後，先寫上答案，然後於下一列寫說明或計算過程；答案與說明各佔一半題分。(2007 年 6 月 27 日)

1. 某罐裝咖啡標示其咖啡因含量不多於 15cc。今隨機抽取 64 罐此品牌咖啡作檢查，發現其平均咖啡因的含量為 15.4cc，標準差為 1.2cc。我們需在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下檢定廠商的宣稱是否屬實；若真實的咖啡因含量為 15.2cc，則其 β 值應為__________。

【解】

基本資料： $\mu = 15, \quad n = 64, s = 1.2, \quad \alpha = 0.05, \mu' = 15.2,$ 求 β 值

(1)虛無假設 $H_0 : \mu \le 15$

(2)檢定統計量 $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ （大樣本，$n = 64$）

(3)右尾、z 分配、$\alpha = 0.05$，求得拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$

(4)新臨界值 $z' = \dfrac{\mu - \mu'}{s/\sqrt{n}} + z^* = \dfrac{15 - 15.2}{1.2/\sqrt{64}} + 1.645 = 0.312$

(5)左尾、z 分配、臨界值 $z' = 0.312$，求得機率 $\beta = 0.6224$。

2. 就下列數據作單因子變異數分析（ANOVA）：

A	B	C	D
7	10	8	4
11	8	9	9
9	12	6	10
8		7	6

則其變異數分析表中的處置變異 $SSTR$ 值應為__________。

【解】16.43

	A	B	C	D	合計
	7	10	8	4	
	11	8	9	9	
	9	12	6	10	
	8		7	6	
ΣA	35	30	30	29	124
n_A	4	3	4	4	15
$(\Sigma A)^2/n_A$	306.25	300	225	210.25	1041.5

x^2	A	B	C	D	合計
	49	100	64	16	
	121	64	81	81	
	81	144	36	100	
	64		49	36	
合計	315	308	230	233	1086

$$SSTR = 1041.5 - \frac{124^2}{15} = 16.43 \qquad SST = 1086 - \frac{124^2}{15} = 60.93$$

變異來源	平方和	自由度	均方和	F	p	F^*
處置變異	16.43	3	5.48	1.354	0.3075	3.5874
組內變異	44.50	11	4.05			
總變異	60.93	14			α =	0.05

$F = 1.354 \notin R = \{F > 3.5874\}$ ，無法拒絕 H_0 。

3. 以下是某研究所入學考的考題：

5. n = 5 的(x, y)數據如下：

i	1	2	3	4	5
x_i	1	2	3	4	5
y_i	1	2	2	3	4

(a) (8 分) 試以最小平方法配合迴歸直線 $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x$。

(b) (7 分) $\alpha = 0.05$ 檢定 β_1 是否為 0。

其

(a)問項中之 β_1 值應爲__________。

【解】0.7

x	y	x²	xy	y²
1	1	1	1	1
2	2	4	4	4
3	2	9	6	4
4	3	16	12	9
5	4	25	20	16
15	12	55	43	34

(a)

$$\begin{cases} n\hat{\alpha} + \Sigma x \hat{\beta} = \Sigma y \\ \Sigma x \hat{\alpha} + \Sigma x^2 \hat{\beta} = \Sigma xy \end{cases}$$

$$n = 5, \qquad |\Sigma| = n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x = 5 \times 55 - (15)^2 = 50$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma xy}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x} = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma xy}{|\Sigma|} = \frac{12 \times 55 - 15 \times 43}{50} = 0.3$$

$$\hat{\beta} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{|\Sigma|} = \frac{5 \times 43 - 15 \times 12}{50} = 0.7$$

迴歸線： $y = 0.3 + 0.7x$

4. 以下是某研究所入學考的考題：

6. 一保險公司要瞭解汽車保險簽單部門加班時間(小時)與新保單件數之關係，以作為費用預算控制之用，經蒐集資料如下：

新保單件數 X	699	504	808	1015	999	1106	323	713	979	542
加班時間 Y	4.2	1.7	4.8	5.9	6	7	1.1	4	5.6	2.9

由此資料得

$$\sum x_i = 7688,\ \bar{x} = 768.8,\ \sum y_i = 43.2,\ \bar{y} = 4.32$$
$$\sum x_i y_i = 37657.0,\ \sum x_i^2 = 6511846.0,\ \sum y_i^2 = 220.36$$

(a) （ 5分）求最小平方線。
(b) （10分）完成ANOVA表。
(c) （ 5分）求新保單件數為500時，平均加班時間的95%信賴區間。

其(b)問項中之 F 值最接近下列何者？

(A)8；(B)18；(C)28；(D)38；(E)48。

【解】（E）：298.64。

x	y	x²	xy	y²
699	4.2	488601	2935.8	17.64
504	1.7	254016	856.8	2.89
808	4.8	652864	3878.4	23.04
1015	5.9	1030225	5988.5	34.81
999	6	998001	5994	36
1106	7	1223236	7742	49
323	1.1	104329	355.3	1.21
713	4	508369	2852	16
979	5.6	958441	5482.4	31.36
542	2.9	293764	1571.8	8.41
7688	43.2	6511846	37657	220.36

(a)

$$\begin{cases} n\hat{\alpha} + \Sigma x\hat{\beta} = \Sigma y \\ \Sigma x\,\hat{\alpha} + \Sigma x^2\hat{\beta} = \Sigma xy \end{cases}$$

$$n = 10,\qquad |\Sigma| = n\Sigma x^2 - \Sigma x\Sigma x = 10\times 6,511,846 - (7,688)^2 = 6{,}013{,}116$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\Sigma y\Sigma x^2 - \Sigma x\Sigma xy}{n\Sigma x^2 - \Sigma x\Sigma x}$$

$$= \frac{\Sigma y\Sigma x^2 - \Sigma x\Sigma xy}{|\Sigma|} = \frac{43.2\times 6,511,846 - 7,688\times 37,657}{6{,}013{,}116} = -1.3629$$

$$\hat{\beta} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x\Sigma y}{n\Sigma x^2 - \Sigma x\Sigma x} = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x\Sigma y}{|\Sigma|} = \frac{10\times 37{,}657 - 7{,}688\times 43.2}{6{,}013{,}116} = 0.0074$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} = \frac{\Sigma y}{n} - \hat{\beta}\frac{\Sigma x}{n} = -1.3629$$

迴歸線： $y = -1.3629 + 0.0074x$

(b)

$$\Sigma\hat{y}^2 = \Sigma\left(\hat{\alpha} + \hat{\beta}x\right)^2 = n\hat{\alpha}^2 + 2\hat{\alpha}\hat{\beta}\Sigma x + \hat{\beta}^2\Sigma x^2 = 219.48$$

$$SST = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} = 33.74, \qquad SSE = \Sigma y^2 - \Sigma \hat{y}^2 = 0.88$$

$$SSR = SST - SSE = 32.86$$

變異來源	平方和	自由度	均方	F
迴歸變異	32.86	1	32.86	298.638
隨機變異	0.88	8	0.11	
總和	33.74	9		

(c)

（群體 y 值估計）

$x_g = 500$

$y'_g = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_g = -1.3629 + 0.0074 \times 500 = 2.333$

$$s^2_{y'_g} = V\left(y'_g\right) = \left(\frac{1}{n} + \frac{n\left(x_d - \overline{x}\right)^2}{n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x}\right) MSE = 0.156^2$$

$\dfrac{y'_g - y_g}{s_{y_g}}$ 為 $df = n - 2 = 8$ 的 t 分配，$1 - \alpha = 95\%$ ，$t^* = 2.3060$

$$CI_{y_g} = \left\{\left|y_g - y'_g\right| \le t^* \times s_{y'_g}\right\} = \left\{1.974 \le y_g \le 2.692\right\}$$

5. 我們需檢定下列數值是否為常態分配：

30	16	29	29	27
15	19	28	28	27
30	49	33	26	26
29	29	13	29	25
20	24	28	33	30

若我們決定分成五組，則第一組的上界限最接近下列何者？

(A)20；(B)21；(C)22；(D)23；(E)24。

（已知 $\overline{x} = 26.880$ 、 $s = 7.055$ 。）

【解】（B）：20.94。

左尾，z 分配，$\alpha = \dfrac{1}{5} = 0.2$ ，得 $z = -0.8416$ ， $x_1 = \overline{x} + z \times s = 20.94$

6. 就以下某研究所的入學考題：

6. A sample of 60 shoppers was selected in a department store to determine various information concerning consumer behavior. Among the questions asked was, "Do you enjoy shopping in this store?" The results are summarized in the following contingency table:

	GENDER		
Enjoying shopping	Male	Female	Total
Yes	16	24	40
No	9	11	20
Total	25	35	60

Is there evidence of significant difference between the proportions of males and females who enjoying shopping in this store at the 0.05 level of significance? (10 %)

其樣本檢定統計量值最接近下列何者？（這是一個卡方檢定！）

(A)2；(B)4；(C)6；(D)8；(E)10。

【解】（A）：0.137。

觀察資料（o_i）			
Enjoying Shopping	Male	Female	Total
Yes	16	24	40
No	9	11	20
Total	25	35	60

理論次數（e_i）			
Enjoying Shopping	Male	Female	Total
Yes	16.67	23.33	40
No	8.33	11.67	20
Total	25	35	60

$(o_i - e_i)^2/e_i$			
Enjoying Shopping	Male	Female	Total
Yes	0.027	0.019	0.046
No	0.053	0.038	0.091
Total	0.080	0.057	0.137

H_0：性別與血拼興趣無關

自由度$(2-1)\times(2-1)=1$之χ^2分配，$\alpha=0.05$，拒絕區域$R=\{\chi^2>3.841\}$

樣本檢定統計量$\chi^{2*}=0.137\notin R$，無法拒絕虛無假設

性別與血拼興趣無關

7. 某產品之容量呈常態分配，在改善填裝製程前，隨機抽查 7 個產品，計算得其平均容量爲 145cc，標準差 12cc。經改善填裝製程後，再隨機抽查 8 個產品，計算得平均容量 153cc，標準差 11cc。我們需檢定改善前後，產品容量的標準差是否相同($\alpha=0.05$)。其樣本檢定統計量值最接近下列何者？

(A)1；(B)3；(C)5；(D)7；(E)9。

【解】（A）：1.19。

$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$，$F=\dfrac{s_1^2}{s_2^2}$，$df=(6,7)$、雙尾、$\alpha=0.05$，$R=\{F<0.1756$ 或 $F>5.1186\}$

$F=\dfrac{12^2}{11^2}=1.1901\notin R$，無法拒絕 H_0，兩母體變異數可視爲相等。

8. 就以下資料：

x	1	2	3	4	5
y	4	6	8	8	12

其 Spearman 相關係數應最接近下列何者？

(A)0.1；(B)0.3；(C)0.5；(D)0.7；(E)0.9。

解】(E)：0.975。

A	B	Rank A	Rank B	d	d²
				Σd² =	0.50
1	4	1.0	1.0	0.0	0.00
2	6	2.0	2.0	0.0	0.00
3	8	3.0	3.5	- 0.5	0.25
4	8	4.0	3.5	0.5	0.25
5	12	5.0	5.0	0.0	0.00

r = 1−6Σd² / [n(n²-1)] = 1−6×0.5 / [5×24] = 0.975

t = (r−ρ) / [(1−r²)/(n−2)] = 0.975 / [0.0494 / 3] = 7.6

9. 就以下某研究所的入學考題：

五. 三位老師教學評鑑結果如下 。

教師	教學評分					
Wilson	84	76	75	64	92	65
Ross	83	81	74	76	94	
Anderson	76	81	52	67	83	

在顯著水準 α = 0.05 下，

(a)(5%) 以一因子變異數分析方法來檢定，三位老師的教學能力是否有顯著差異。

(b)(5%) 寫出(a)方法的模式及假設。

(c)(5%) 以 Kruskal-Wallis 方法來檢定，三位老師的教學能力是否有顯著差異。

其問項(c)中之樣本檢定統計量值最接近下列何者？

(A)2；(B)4；(C)6；(D)8；(E)10。

【解】(A)：1.235。

(c)

	A	B	C	合計
	14	12.5	8	
	8	10.5	10.5	
	6	5	1	
	2	8	4	
	15	16	12.5	
	3			
ΣA	48	52	36	136
n_A	6	5	5	16
$(\Sigma A)^2/n_A$	384.00	540.80	259.20	1184.00

$$H=\frac{12}{n(n+1)}\left(\frac{(\Sigma A)^2}{n_A}+\frac{(\Sigma B)^2}{n_B}+\frac{(\Sigma C)^2}{n_C}\right)-3(n+1)=\frac{1}{22.67}\times 1184-51=1.235$$

右尾檢定，自由度$k-1=2$的χ^2分配，$\alpha=0.05$，拒絕區域$R=\{\chi^2>5.9915\}$

樣本檢定統計量 $H=1.235\notin R$，無法拒絕虛無假設H_0

三位老師間的教學能力沒有差異。

10. 就以下某研究所的入學考題：

二、設一產品之容量呈常態分配，在改善填裝製程前，隨機抽查 7 個產品的容量，計算得平均容量爲 145 c.c，標準差爲 12 c.c.。經改善填裝製程後，再隨機抽查 8 個產品的容量，計算得平均容量爲 153c.c，標準差爲 11c.c.。

(1) 改善前後，所有產品容量的標準差是否相同？(α=0.1)

(2) 經改善填裝製程後，所生產的產品平均容量是否較高？(α=0.05)

假設兩製程的標準差沒有差異，則其問項(2)中之聯合估計標準差s_p最接近下列何者？

(A)11.0；(B)11.2；(C)11.4；(D)11.6；(E)11.8。

【解】（C）：11.47。

(1)

基本資料：雙尾，$\sigma_1^2=\sigma_2^2,\quad n_1=7, s_1^2=12^2, n_2=8, s_2^2=11^2,\quad \alpha=0.1$，z 值法

(1)虛無假設 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2 \quad \left(H_0:\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=1\right)$ （雙尾）

(2)檢定統計量 $F=\frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_1^2/\sigma_1^2}=\frac{s_1^2}{s_2^2}\times\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ （自由度$(7-1,8-1)=(6,7)$）

(3)雙尾、自由度$(6,7)$之F分配、$\alpha=0.1$，求得 $R=\{F<0.2377 \text{ 或 } F>3.866\}$

(4)樣本檢定統計量值 $F=\frac{12^2}{11^2}=1.1901\notin R$，無法拒絕$H_0$

(5)兩母體變異數可視爲相等。

(2)

基本資料：左尾，$\sigma_1^2=\sigma_2^2,\quad n_1=7, \bar{x}_1=145, s_1=12, n_2=8, \bar{x}_2=153, s_2=11,$

$\alpha=0.05$，z 值法

(1)虛無假設 $H_0:\mu_1\ge\mu_2 \quad (H_0:\mu_1-\mu_2\ge 0)$ （左尾）

(2)檢定統計量 $t=\frac{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1}+\frac{s_p^2}{n_2}}}$ （自由度$7+8-2=13$）

(3)左尾、自由度 13 之t分配、$\alpha=0.05$，求得 $R=\{t<-1.7709\}$

(4)樣本檢定統計量值 $t=\frac{145-153}{11.47\times\sqrt{\frac{1}{7}+\frac{1}{8}}}=-1.3474\notin R$，無法拒絕$H_0$

$$s_p=\sqrt{\frac{(7-1)\times 12^2+(8-1)\times 11^2}{7+8-2}}=11.47$$

(5)無法證實新製程的產品平均容量比舊製程高。

z 分配**左尾**機率表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986