

靜宜大學 95 學年度第 1 學期企管系『統計學』期末考

【注意】本試卷共有 13 題選擇或填充題，每題值 8 分。請在答案紙上標明題號後先寫答案然後在下一列作簡單說明或列出計算過程，如

第 1 題：答案 XXX

說明如下 YYYYY

沒有說明者只能得到一半題分。(2007 年 1 月 19 日)

1. 設有隨機變數 x, y, z ， $\text{Var}(x)=2$ ， $\text{Var}(y)=4$ ， $\text{Var}(z)=5$ ， $\rho(x,y)=0.6$ ，且 x, y 對 z 為獨立。則 $\text{Cov}(x,y)$ 最接近下列何者？
(A)1.4；(B)1.5；(C)1.6；(D)1.7；(E)1.8。

【解】選(D)

$$\rho = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sqrt{\text{var}(x)}\sqrt{\text{var}(y)}} \Rightarrow \text{cov}(x,y) = \rho \times \sqrt{\text{var}(x)}\sqrt{\text{var}(y)} = 0.6 \times \sqrt{2} \times \sqrt{4} = 1.6971$$

2. 繼續上題。 $\text{Var}(0.4x+0.4y+0.2z)$ 最接近下列何者？
(A)1.7；(B)1.8；(C)1.9；(D)2.0；(E)2.1。

【解】選(A)

$$\begin{aligned}\text{var}(ax+by+cz) &= a^2 \text{var}(x) + b^2 \text{var}(y) + c^2 \text{var}(z) \\ &\quad + 2ab \text{cov}(x,y) + 2bc \text{cov}(y,z) + 2ac \text{cov}(x,z) \\ \text{Var}(0.4x+0.4y+0.2z) &= 0.4^2 \text{var}(x) + 0.4^2 \text{var}(y) + 0.2^2 \text{var}(z) + 2 \times 0.4 \times 0.4 \times \text{cov}(x,y) \\ &= 0.4^2 \times 2 + 0.4^2 \times 4 + 0.2^2 \times 5 + 2 \times 0.4 \times 0.4 \times 1.7 \\ &= 1.7031\end{aligned}$$

3. 某一 12 人的旅行團中，有 6 個人睡覺會打鼾，若 3 人一個房間，則某一房間中有 2 人會打鼾的變異數最接近下列何者？
(A)0.60；(B)0.65；(C)0.70；(D)0.75；(E)0.80。

【解】選(A)

超幾何分配：

$$\begin{aligned}\text{var}(X) &= n \frac{S}{N} \frac{N-S}{N} \frac{N-n}{N-1} \\ &= 3 \times \frac{6}{12} \times \frac{6}{12} \times \frac{12-3}{12-1} \\ &= 0.6136\end{aligned}$$

這題題目沒出好，應該將『有 2 人』刪除，即

『某一房間中會打鼾人數的變異數最接近下列何者？』

因題目沒出好，故此題不予計分，答對者（含猜對者）外加 4 分。

4. 某打字員平均每 2 頁出現一次錯誤，則該員在 5 頁文稿中出現 2 次錯誤的機率最接近下列何者？

(A)0.05；(B)0.10；(C)0.15；(D)0.20；(E)0.25。

【解】選(E)

卜瓦松分配， $\lambda = 5 \times \frac{1}{2} = 2.5$ （次錯誤 / 5 頁）

$$P(X=2) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \frac{2.5^2 e^{-2.5}}{2!} = 0.2565$$

5. 若 X 符合二項分配，且 $E(X)=6$ 、 $Var(X)=3.6$ ，則 $P(X=4)$ 最接近下列何者？

(A)0.1059；(B)0.1268；(C)0.1493；(D)0.1625；(E)0.1842。

【解】選(B)

二項分配， $E(X)=n \times p$ ， $var(X)=n \times p \times (1-p)$

$$n \times p = 6, n \times p \times (1-p) = 3.6 \Rightarrow p = 0.4, n = 15$$

$$P(X=4) = C_x^n p^x (1-p)^{n-x} = C_4^{15} \times 0.4^4 \times 0.6^{11} = 0.1268$$

6. 某基金每單位的收益符合平均\$10,000、標準差\$5,000的常態分配，則投資該基金一單位，至少有\$5,000收益的機率最接近下列何者？

(A)0.5；(B)0.68；(C)0.84；(D)0.95；(E)0.975。

【解】選(C)

常態分配， $\mu=10,000$ 、 $\sigma=5,000$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{5,000 - 10,000}{5,000} = -1$$

$$P(x \geq 5,000) = P(z \geq -1) = 1 - \frac{1}{2}(1 - 68\%) = 1 - 0.16 = 0.84$$

（以上由 $P(-1 \leq z \leq 1) = 68\%$ 經驗公式計算而來。）

7. 就以下 F 分配機率表， $F_{\alpha=0.95, df=(3,5)}$ 之值為_____。

F 分配右尾臨界值表

n2 \ n1	$\alpha = 0.025$				$\alpha = 0.05$			
	2	3	4	5	2	3	4	5
2	39.0000	39.1655	39.2484	39.2982	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964
3	16.0441	15.4392	15.1010	14.8848	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135
4	10.6491	9.9792	9.6045	9.3645	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561
5	8.4336	7.7636	7.3879	7.1464	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503
6	7.2599	6.5988	6.2272	5.9876	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874

【解】

$$F_{\alpha=0.95, df=(3,5)} = \frac{1}{F_{\alpha=0.05, df=(5,3)}} = \frac{1}{9.0135} = 0.1109$$

8. 設 $Z = X + Y$ ，其中 X 、 Y 相互獨立，且 X 為 $\mu = 1$ 、 $\sigma = 3$ 的常態分配， Y 為 $\mu = 2$ 、 $\sigma = 4$ 的常態分配。右尾檢定，臨界值為 10，則 p 值最接近下列何者？
(A)0.10；(B)0.15；(C)0.85；(D)0.90；(E)0.94。

z 分配左尾機率表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

【解】選(A)

Z 為常態分配， $\mu_Z = 1 + 2 = 3$ 、 $\sigma_Z = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$z = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{10 - 3}{5} = 1.4$$

$$p = P(Z \geq 10) = P(z \geq 1.4) = 1 - P(z \leq 1.4) = 1 - 0.9192 = 0.0808$$

9. X 為自由度(4,2)的 F 分配。信賴度 $1 - \alpha = 95\%$ ，其信賴區間為_____。

【解】

$$F_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=(4,2)} = 39.2484$$

$$F_{1-\frac{\alpha}{2}=0.975, df=(4,2)} = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=(2,4)}} = \frac{1}{10.6491} = 0.0939$$

$$CI = \left\{ F_{1-\frac{\alpha}{2}=0.975, df=(4,2)} \leq F \leq F_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=(4,2)} \right\} = \{0.0939 \leq F \leq 39.2484\}$$

10. 一組 64 人的隨機樣本，調查大學畢業生第一份工作的月薪，發現平均\$22,000，標準差為\$4,000。則平均月薪在 99%信賴度下的信賴區間為_____。

【解】

$$n = 64, \bar{x} = 22,000, s = \$4,000, 1 - \alpha = 99\% \Rightarrow s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{4,000}{\sqrt{64}}。$$

$$\varepsilon = t_{\frac{\alpha}{2}=0.005, df=63} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.58 \times \frac{4,000}{\sqrt{64}} = 1,290 \quad (\text{大樣本: } t_{\frac{\alpha}{2}=0.005, df=63} = z_{\frac{\alpha}{2}=0.005} = 2.58)$$

$$CI = \{ \$22,000 \pm \$1,290 \} = \{ \$20,710 \leq \bar{x} \leq \$23,290 \}$$

11. 某市調單位想瞭解單身住家每月的電費，假設他們要求信心水準 99%以上，最大容忍誤差\$5 以下，且根據以往的研究經驗，該類住家每月電費的標準差為\$20。則該研究的最低樣本數最接近下列何者？

(A)96；(B)99；(C)102；(D)105；(E)108。

【解】選(E)

$$\varepsilon = \$5, \sigma = \$20, 1 - \alpha = 99\% \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}=0.005} = 2.58。$$

$$\text{最少樣本數 } n = \frac{z^2 \sigma^2}{\varepsilon^2} = \frac{2.58^2 \times 20^2}{5^2} = 106.5 \approx 107$$

12. 就估計量的評估準則中，有關樣本觀察值越多估計結果應該越好者為下列何者？
(A)不偏性；(B)有效性；(C)完備性；(D)一致性；(E)充分性。

【解】選(D)

一致性與 $n (n \rightarrow \infty)$ 有關。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\theta}_n) = 0 \Rightarrow \hat{\theta} \text{ 爲 } \theta \text{ 之一致估計量}$$

13. 令 $X_1, \dots, X_n$ 為互相獨立，參數 μ 、 σ 的常態分配，已知

$$Y_1 = (X_1 + \dots + X_n)/n, \quad Y_2 = (X_1 + X_2 + X_{n-1} + X_n)/4$$

$n > 4$ 。則 $\text{eff}(Y_1, Y_2)$ 為_____。

【解】

$$\text{eff}(Y_1, Y_2) = \frac{V(Y_2)}{V(Y_1)} = \frac{\sigma^2/4}{\sigma^2/n} = \frac{n}{4}$$

其中

$$V(Y_1) = V\left(\frac{X_1 + \dots + X_n}{n}\right) = \frac{\sigma^2 + \dots + \sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$V(Y_2) = V\left(\frac{X_1 + X_2 + X_{n-1} + X_n}{4}\right) = \frac{\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2}{4^2} = \frac{\sigma^2}{4}$$