

靜宜大學 94 學年度第 4 學期企管系『統計學』期末考

【注意】本試卷共有 13 小題，每題值 10 分。考試時間 70 分鐘。請清楚寫上你的答案，並附上簡單計算過程或說明，沒有說明的答案得不到任何分數。(2006 年 9 月 13 日)

1. 淡江汽車公司宣稱其所生產之汽車，每公升汽油平均可行駛至少 15 公里，且其標準差為 3 公里。今隨機抽出 36 輛汽車測試，得其每公升汽油平均行駛 14 公里，則
- (a) 在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定淡江汽車公司之宣稱是否為真？
 - (b) 若實際平均公里數為 13.5，發生型 II 錯誤之機率為何？
 - (c) 利用 p-value 回答(a)之問題；
 - (d) 若顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，檢驗者希望實際平均公里數為 13.5，同時可忍受型 II 錯誤的機率為 0.025，則應取多少輛汽車來試驗？

【解】

(a)

$$H_0: \mu \geq 15, z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}, \text{左尾}, \alpha = 0.05, \text{拒絕區域 } R = \{z < -1.645\}$$

$$z = \frac{14 - 15}{3/\sqrt{36}} = -2 \in R, \text{拒絕 } H_0, \text{平均行駛里程不會高於 15 公里。}$$

(b)

$$\text{新臨界值 } z' = \frac{\mu - \mu'}{\sigma/\sqrt{n}} + z^* = \frac{15 - 13.5}{3/\sqrt{36}} - 1.645 = 1.355$$

右尾、z 分配、臨界值 $z' = 1.355$ ，求得機率 $\beta = 0.0877$ 。

(c)

$$z = \frac{14 - 15}{3/\sqrt{36}} = -2, \text{左尾、z 分配、臨界值 } z^* = -2, \text{求得機率 } p\text{值} = 0.0228;$$

$$\alpha = 0.05 > p = 0.0228, \text{拒絕 } H_0。$$

(d)

$$z \text{ 分配、左尾、} \alpha = 0.05, \text{求得拒絕區域 } R = \{z < -1.645\} \quad (z^* = -1.645)$$

$$z \text{ 分配、右尾、機率 } \beta = 0.025, \text{求得臨界值 } z' = 1.96$$

$$z' = \frac{\mu - \mu'}{\sigma/\sqrt{n}} + z^* \Rightarrow 1.96 = \frac{15 - 13.5}{3/\sqrt{n}} - 1.645 \Rightarrow n = 51.98 \doteq 52$$

2. 某產品之容量呈常態分配，在改善填裝製程前，隨機抽查 7 個產品，計算得其平均容量為 145cc，標準差 12cc。經改善填裝製程後，再隨機抽查 8 個產品，計算得平均容量 153cc，標準差 11cc。

- (a) 改善前後，產品容量的標準差是否相同？（ $\alpha = 0.05$ ）
- (b) 改善製程後，所生產的產品平均容量是否較高？（ $\alpha = 0.05$ ）

【解】

(a)

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, df = (6, 7), \text{雙尾}, \alpha = 0.05, R = \{F < 0.1756 \text{ 或 } F > 5.1186\}$$

$$F = \frac{12^2}{11^2} = 1.1901 \notin R, \text{無法拒絕 } H_0, \text{兩母體變異數可視為相等。}$$

(b)

$$H_0: \mu_1 \geq \mu_2, t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}}, df = 13, \text{左尾}, \alpha = 0.05, R = \{t < -1.7709\}$$

$$t = \frac{145 - 153}{11.47 \times \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{8}}} = -1.3474 \notin R, \text{無法拒絕 } H_0, \text{新製程的平均容量沒有比舊製程高。}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(7-1) \times 12^2 + (8-1) \times 11^2}{7+8-2}} = 11.47$$

3. 就下列資料作雙因子變異數分析：

	A1	A2	A2
B1	7	9	12
B2	6	4	8
B3	3	8	9
B4	2	9	11

(a)請寫出虛無假設（應該有兩個）；

(b)請寫出檢定(a)之虛無假設的檢定統計量（含統計量、分配、自由度）；

(c)請計算出(b)之樣本檢定統計量值。

【解】

	A1	A2	A2	$\Sigma(\text{列})$	$n_{\text{列}}$	$(\Sigma \text{列})^2/n_{\text{列}}$
B1	7	9	12	28	3	261.3
B2	6	4	8	18	3	108.0
B3	3	8	9	20	3	133.3
B4	2	9	11	22	3	161.3
$\Sigma(\text{行})$	18	30	40	88	12	664.0
$n_{\text{行}}$	4	4	4	12		
$(\Sigma \text{行})^2/n_{\text{行}}$	81	225	400	706		

x^2	A1	A2	A2	合計
B1	49	81	144	
B2	36	16	64	
B3	9	64	81	
B4	4	81	121	
合計	98	242	410	750

變異來源	平方和	自由度	均方	F
處置變異	60.67	2	30.33	7.184
集區變異	18.67	3	6.22	1.474
組內變異	25.33	6	4.22	
總變異	104.67	11		

(a)

$$H_0: \mu_{A1} = \mu_{A2} = \mu_{A3}$$

$$H_0: \mu_{B1} = \mu_{B2} = \mu_{B3} = \mu_{B4}$$

(b)

$$F_A = \frac{MSTR}{MSE}, \quad df = (2, 6) \text{ 之 } F \text{ 分配}$$

$$F_B = \frac{MSBK}{MSE}, \quad df = (3, 6) \text{ 之 } F \text{ 分配}$$

(c)

$$F_A = 7.184, \quad F_B = 1.474$$

4. 就以下資料：

x	1	2	3	4	5
y	4	6	8	8	12

迴歸變異數分析表如下

變異來源	平方和	自由度	均方	F
迴歸變異	32.40	1	32.40	34.714
隨機變異	2.80	3	0.93	
總和	35.20	4		

(a) 若迴歸式為 $y = \alpha + \beta x$ ，請計算 α 、 β 之最小平方估計量值；

(b) 請計算判定係數 R^2 。

【解】

x	y	x^2	xy
1	4	1	4
2	6	4	12
3	8	9	24
4	8	16	32
5	12	25	60
15	38	55	132

$$n = 5, \quad |\Sigma| = n\Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma x = 5 \times 55 - 15 \times 15 = 50$$

(a)

$$\hat{\alpha} = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma xy}{|\Sigma|} = \frac{38 \times 55 - 15 \times 132}{50} = 2.2$$

$$\hat{\beta} = \frac{n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{|\Sigma|} = \frac{5 \times 132 - 15 \times 38}{50} = 1.8$$

(b)

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{32.4}{35.2} = 0.9205$$

5. 就以下資料作獨立性檢定（檢定父親教育成度與子女數目間的關係）：

組別	0-1	2-3	4以上
國中以下	14	37	32
高中職	19	42	17
大專以上	12	17	10

- (a)請寫出國中以下教育程度之父親有 0 或 1 名小孩的理论次數；
 (b)檢定結果為何？

【解】

理論次數 (e_i)				
組別	0-1	2-3	4以上	合計
國中以下	18.68	39.84	24.49	83
高中職	17.55	37.44	23.01	78
大專以上	8.78	18.72	11.51	39
合計	45	96	59	200

$(o_i - e_i)^2 / e_i$				
組別	0-1	2-3	4以上	合計
國中以下	1.170	0.202	2.307	3.679
高中職	0.120	0.555	1.570	2.245
大專以上	1.185	0.158	0.197	1.540
合計	2.475	0.916	4.073	7.464

(a)

$$e_{11} = \frac{83 \times 45}{200} = 18.68$$

(b)

H_0 : 父親教育程度與子女個數無關，

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}, \quad df = 2 \times 2 = 4, \quad \text{右尾}, \quad \alpha = 0.05, \quad R = \{\chi^2 > 9.4877\}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = 7.464 \notin R, \quad \text{無法拒絕 } H_0, \quad \text{父親教育程度與子女數目無關。}$$