

## 靜宜大學 94 學年度第 4 學期企管系『統計學』期中考

【注意】本試卷共有 10 小題，每題值 10 分。請在答案卷上標明題號，寫出必要的說明或求解過程，最後明確地寫出該題的答案。請仔細確認你的答案，答案寫錯即使計算過程無誤仍然得不到任何分數，當然，沒有說明的答案也得不到任何分數。(2006 年 8 月 28 日)

1. 某罐裝咖啡標示其咖啡因含量不多於 15cc，且由歷史資料知道其標準差為 6cc。今隨機抽取 9 罐此品牌咖啡作檢查，發現其平均咖啡因的含量為 20cc。
- (a) 請寫出檢定廠商宣稱是否屬實的虛無假設與對立假設；
  - (b) 若顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，請寫出(a)檢定的拒絕區域；
  - (c) 請說明(a)(b)檢定的結果。
  - (d) 請以  $p$  值法重作(a)的檢定。
  - (e) 若真實的咖啡因含量為 20cc，請計算(a)(b)檢定的  $\beta$  值。
  - (f) 若樣本標準差為 8cc，請寫出檢定母體標準差 6cc 是否屬實虛無假設與對立假設；
  - (g) 請寫出(f)的檢定統計量以及樣本檢定統計量值。

【解】

(a)

$$H_0: \mu \leq 15, \quad H_1: \mu > 15$$

(b)

$$z \text{ 分配、右尾、} \alpha = 0.05, \quad R = \{z > 1.645\}$$

(c)

$$\text{樣本檢定統計量值 } z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{20 - 15}{6/\sqrt{9}} = 2.5 \in R, \text{ 拒絕 } H_0$$

(d)

$$z \text{ 分配、右尾、臨界值 } z^* = 2.5, \quad p = 0.0062, \text{ 若 } \alpha > p \text{ 則拒絕 } H_0$$

(e)

$$z' = z + \frac{\mu - \mu'}{\sigma/\sqrt{n}} = 1.645 + \frac{15 - 20}{6/\sqrt{9}} = -0.855$$

$$z \text{ 分配、左尾、臨界值 } z' = -0.855, \quad \beta = 0.196$$

( $z$  表範圍真的不夠！， $\beta$  不要求出來。)

(f)

$$H_0: \sigma^2 = 36, \quad H_1: \sigma^2 \neq 36$$

(g)

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(9-1)8^2}{6^2} = 14.22$$

2. 某保養品工廠生產某種神奇美容乳液，生產線設定每瓶裝填量為 15cc。今該工廠新設立一條生產線，為了驗證新生產線的效能，分別對兩生產線作隨機取樣檢查，結果如下：

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| 舊生產線               | 新生產線               |
| $n_1 = 16$         | $n_2 = 25$         |
| $\bar{x}_1 = 14.5$ | $\bar{x}_2 = 15.2$ |
| $s_1 = 2.4$        | $s_2 = 2.5$        |

- (a)請寫出檢定兩生產線標準差是否相等的虛無假設、檢定統計量與分配；  
 (b)假設兩生產線標準差相等，若  $\alpha = 0.05$ ，請檢定兩生產線裝填量是否相等。

【解】

(a)

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \text{自由度}(15, 24) \text{ 的 } F \text{ 分配}$$

$$\text{或 } H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, F = \frac{s_2^2}{s_1^2}, \text{自由度}(24, 15) \text{ 的 } F \text{ 分配}$$

(b)

常態分配（大樣本）、雙尾、 $\alpha = 0.05$ ， $R = \{|z| > 1.96\}$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} = \sqrt{\frac{(16 - 1) \times 2.4^2 + (25 - 1)2.5^2}{16 + 25 - 2}} = 2.462$$

$$\text{樣本檢定統計量 } z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p / \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{14.5 - 15.2}{2.462 / \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{25}}} = -0.888 \notin R, \text{ 無法拒絕 } H_0,$$

統計上兩者應視為相等。

3. 某系宣稱有 20% 的畢業生考上研究所，今隨機抽問 50 位當年度畢業生，其中有 12 人考上研究所，請以  $\alpha = 0.05$  作統計推論。

【解】

考上的比例已經大於宣稱的比例： $\bar{p} = \frac{12}{50} = 0.24 > p = 0.2$ ，因此無法否定其宣稱。

（如果你想做練習，檢定過程如下）

$$H_0: p \geq 0.2, z \text{ 分配、左尾、} \alpha = 0.05, R = \{z < -1.645\},$$

$$z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}} = \frac{0.24 - 0.2}{\sqrt{0.2 \times 0.8}/\sqrt{50}} = 0.71 \notin R, \text{ 無法拒絕 } H_0.$$

$z$  分配左尾機率表

| $z$ | 0.00   | 0.01   | 0.02   | 0.03   | 0.04   | 0.05   | 0.06   | 0.07   | 0.08   | 0.09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |