

靜宜大學 94 學年度第 2 學期企管系『統計學』期中考(B)

【注意】本試卷共有 5 小題，每小題值 20 分。請在答案卷上書寫簡單計算過程或說明，沒有說明的答案得不到任何分數。若題目有不妥之處，請寫下你的假設後，逕行作答。

(2006 年 4 月 19 日)

1. 甲汽車廠宣稱該廠某新型小汽車每公升汽油平均至少可行駛 25 公里。今消基會隨機抽取該型汽車 25 部作檢測，結果得每公升汽油之行駛里程數為平均 23.8 公里、標準差 3 公里。請以此資料檢定該廠的宣稱是否屬實 ($\alpha = 0.05$)。(請以講義介紹的五個步驟書寫答案)

【解】

基本資料： $\mu = 25$, $n = 25$, $\bar{x} = 23.8$, $s = 3$, $\alpha = 0.05$, z 值法

(1)虛無假設 $H_0: \mu \geq 25$ (左尾)

(2)檢定統計量 $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ (自由度 $25 - 1 = 24$)

(3)左尾、自由度 24 之 t 分配、 $\alpha = 0.05$, 求得拒絕區域 $R = \{t < -1.7109\}$

(4)樣本檢定統計量值 $t = \frac{23.8 - 25}{3/\sqrt{25}} = -2 \in R$, 拒絕 H_0

(5)有足夠證據顯示該型汽車每公升汽油的行駛里程不會大於 25 公里。

2. 某乙報紙宣稱每 100 名閱報人口中至少有 50 名閱讀該報。今隨機抽問 200 名讀者，發現其中有 95 人閱讀該報。請以 p 值法檢定該報閱報率的宣稱是否屬實 ($\alpha = 0.05$)。(請以講義介紹的五個步驟書寫答案)

【解】

基本資料：左尾， $p = 0.5$, $n = 200$, $\bar{p} = 95/200 = 0.475$, $\alpha = 0.05$, z 值法

(1)虛無假設 $H_0: p \geq 0.5$ (左尾)

(2)檢定統計量 $z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}}$

(3)樣本檢定統計量值 $z = \frac{0.475 - 0.5}{\sqrt{0.5 \times (1 - 0.5)}/\sqrt{200}} = \frac{-0.025}{0.0354} = -0.7071$

(4)左尾、 z 分配、臨界值 $z^* = -0.7071$, 得機率 p 值(大於 0.1587) $> \alpha = 0.05$, 無法拒絕 H_0 (由所附 z 分配表, 我們只知道 p 值 > 0.1587)

(5)沒有充分證據否認該報閱報率超過 50% 的宣稱。

3. 題 2 中, 若該報真正的閱報率為 45%, 請計算型 II 錯誤的機率 (即計算 β 值)。

【解】

基本資料： $p = 0.5$, $n = 200$, $\bar{p} = 0.475$, $\alpha = 0.05$, $p' = 0.45$, 求 β 值

(1)虛無假設 $H_0: p \geq 0.5$ (左尾)

$$(2) \text{檢定統計量 } z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}}$$

(3) 左尾、 z 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得拒絕區域 $R = \{z < -1.645\}$

$$(4) \text{新臨界值 } z' = \frac{p - p'}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}} + z^* = \frac{0.50 - 0.45}{0.0354} - 1.645 = -0.2306$$

(5) 右尾、 z 分配、臨界值 $z' = -0.2306$ ，求得機率 $\beta = 0.5912$ 。

(由附表我們只能知道 $0.5 < \beta < 0.8413$)

4. A recent study compared the time spent together by single- and dual-earner couples.

According to the records kept by the wives during the study, the mean amount of time spent together watching television among the single-earner couples was 61 minutes per day, with a standard deviation of 15.5 minutes. For the dual-earner couples, the mean number of minutes spent watching television was 48.4 minutes, with a standard deviation of 18.1 minutes. At the 0.05 significance level, can we conclude that the single-earner couples on average spend more time watching television together? There were 13 single-earner and 12 dual-earner couples studied. 請以兩階段進行檢定：(a)檢定兩組標準差是否相等；(b)檢定單薪家庭夫婦一起看電視時間是否高於雙薪家庭。

(請以講義介紹的五個步驟書寫答案)

【解】

(a)

基本資料： $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ， $n_1 = 13$ ， $s_1^2 = 15.5^2$ ， $n_2 = 12$ ， $s_2^2 = 18.1^2$ ， $\alpha = 0.05$ ， z 值法

(1) 虛無假設 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ($H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$) (雙尾)

(2) 檢定統計量 $F = \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ (自由度 $(13-1, 12-1) = (12, 11)$)

(3) 雙尾、自由度 $(12, 11)$ 之 F 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得 $R = \{F < 0.3011 \text{ 或 } F > 3.4296\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $F = \frac{15.5^2}{18.1^2} = 0.7333 \notin R$ ，無法拒絕 H_0

(5) 兩母體變異數可視為相等。

(b)

基本資料： $n_1 = 13$ ， $\bar{x}_1 = 61$ ， $s_1 = 15.5$ ， $n_2 = 12$ ， $\bar{x}_2 = 48.4$ ， $s_2 = 18.1$ ， $\alpha = 0.05$ ， z 值法

(1) 虛無假設 $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ ($H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0$) (右尾)

(2) 檢定統計量 $t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ (自由度 $13 + 12 - 2 = 23$)

(3) 右尾、自由度 23 之 t 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得 $R = \{t > 1.7139\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $t = \frac{61 - 48.4}{16.79 \times \sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{12}}} = 1.8742 \in R$ ，拒絕 H_0

$$s_p = \sqrt{\frac{(13-1) \times 15.5^2 + (12-1) \times 18.1^2}{13+12-2}} = 16.79$$

(5) 單薪家庭夫婦一起看電視時間確實高於雙薪家庭。

z 分配左尾機率表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441

t 分配右尾臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
22	2.8188	2.5083	2.0739	1.7171	1.3212
23	2.8073	2.4999	2.0687	1.7139	1.3195
24	2.7969	2.4922	2.0639	1.7109	1.3178
25	2.7874	2.4851	2.0595	1.7081	1.3163

F 分配右尾臨界值表

n1 \ n2		$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.025$			
		11	12	13	14	11	12	13	14
11	11	2.8179	2.7876	2.7614	2.7386	3.4737	3.4296	3.3917	3.3588
12	12	2.7173	2.6866	2.6602	2.6371	3.3215	3.2773	3.2393	3.2062
13	13	2.6347	2.6037	2.5769	2.5536	3.1975	3.1532	3.1150	3.0819
14	14	2.5655	2.5342	2.5073	2.4837	3.0946	3.0502	3.0119	2.9786