

靜宜大學 94 學年度第 2 學期企管系『統計學』期中考(A)

【注意】本試卷共有 5 小題，每小題值 20 分。請在答案卷上書寫簡單計算過程或說明，沒有說明的答案得不到任何分數。若題目有不妥之處，請寫下你的假設後，逕行作答。

(2006 年 4 月 17 日)

1. According to the local union president, the mean gross income of plumbers in the Salt Lake City area is normally distributed, with a mean of \$45,000 and a standard deviation of \$3,000. A recent investigative report for KYAK TV found, for a sample of 36 plumbers, the mean gross income was \$44,000. At the 0.05 significant level, is it reasonable to conclude that that the mean income is not equal to \$45,000? (請以 p 值法作檢定，並以講義介紹的五個步驟書寫答案)

【解】

基本資料：左尾， $\mu = 45,000$, $\sigma = 3,000$, $n = 36$, $\bar{x} = 44,000$, p 值法

(1)虛無假設 $H_0: \mu = 45,000$

(2)檢定統計量 $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

(3)樣本檢定統計量值 $z = \frac{44,000 - 45,000}{3,000/\sqrt{36}} = -2$

(4)雙尾、z 分配、臨界值 $z^* = -2$ ，求得機率 p 值 $= 0.0456 < \alpha = 0.05$ ，拒絕 H_0

(5)有足夠的證據顯示平均收入不等於\$45,000。

2. Tina Dennis is the comptroller for Meek Industries. She believes that the current cash-flow problem at Meek is due to the slow collection of accounts receivable. She believes that more than 60 percent of the accounts are in arrears more than three months. A random sample of 200 accounts showed that 140 were more than three months old. At the 0.05 significance level, can she conclude that more than 60 percent of the accounts are in arrears for more than three months? (請以講義介紹的五個步驟書寫答案)

【解】

基本資料：左尾， $p = 0.6$, $n = 200$, $\bar{p} = 140/200 = 0.7$, $\alpha = 0.05$ ，z 值法

(1)虛無假設 $H_0: p \leq 0.6$ (右尾)

(2)檢定統計量 $z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{p(1-p)}/\sqrt{n}}$

(3)右尾、z 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$

(4)樣本檢定統計量值 $z = \frac{0.7 - 0.6}{\sqrt{0.6(1-0.6)}/\sqrt{200}} = \frac{0.1}{0.0346} = 2.8868 \in R$ ，拒絕 H_0

(5)有充分證據顯示逾期三個月以上的應收帳款超過 60%。

3. 某罐裝咖啡標示其咖啡因含量少於 20cc，今隨機抽取 36 罐此品牌咖啡作檢查，發現其平均咖啡因的含量為 22cc，標準差 4.8cc，在用顯著水準 $\alpha = 0.05$ 來檢定的場合，若真正的咖啡因含量為 23cc 下的 β 值。

【解】

基本資料： $\mu = 20$, $n = 36$, $s = 4.8$, $\alpha = 0.05$, $\mu' = 23$, 求 β 值

(1) 虛無假設 $H_0: \mu \leq 20$

(2) 檢定統計量 $z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ (大樣本, $n = 36$)

(3) 右尾、 z 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$

(4) 新臨界值 $z' = \frac{\mu - \mu'}{s/\sqrt{n}} + z^* = \frac{20 - 23}{4.8/\sqrt{36}} + 1.645 = -2.1051$

(5) 左尾、 z 分配、臨界值 $z' = -2.1051$ ，求得機率 $\beta = 0.01765$ 。

4. 請檢定以下考古題，兩小題的顯著水準都設為 $\alpha = 0.05$ 。(請以講義介紹的五個步驟書寫答案)

二、設一產品之容量呈常態分配，在改善填裝製程前，隨機抽查 7 個產品的容量，計算得平均容量為 145 c.c，標準差為 12 c.c。經改善填裝製程後，再隨機抽查 8 個產品的容量，計算得平均容量為 153 c.c，標準差為 11 c.c。

(1) 改善前後，所有產品容量的標準差是否相同？($\alpha = 0.1$)

(2) 經改善填裝製程後，所生產的產品平均容量是否較高？($\alpha = 0.05$)

【解】

(1)

基本資料：雙尾， $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $n_1 = 7$, $s_1^2 = 12^2$, $n_2 = 8$, $s_2^2 = 11^2$, $\alpha = 0.05$ ， z 值法

(1) 虛無假設 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ($H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$) (雙尾)

(2) 檢定統計量 $F = \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$ (自由度 $(7-1, 8-1) = (6, 7)$)

(3) 雙尾、自由度 $(6, 7)$ 之 F 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得 $R = \{F < 0.1756 \text{ 或 } F > 5.1186\}$

(4) 樣本檢定統計量值 $F = \frac{12^2}{11^2} = 1.1901 \notin R$ ，無法拒絕 H_0

(5) 兩母體變異數可視為相等。

(2)

基本資料： $n_1 = 7$, $\bar{x}_1 = 145$, $s_1 = 12$, $n_2 = 8$, $\bar{x}_2 = 153$, $s_2 = 11$, $\alpha = 0.05$ ， z 值法

(1) 虛無假設 $H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ ($H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0$) (左尾)

(2) 檢定統計量 $t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ (自由度 $7 + 8 - 2 = 13$)

(3) 左尾、自由度 13 之 t 分配、 $\alpha = 0.05$ ，求得 $R = \{t < -1.7709\}$

(4)樣本檢定統計量值 $t = \frac{145-153}{11.47 \times \sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{8}}} = -1.3474 \notin R$ ，無法拒絕 H_0

$$s_p = \sqrt{\frac{(7-1) \times 12^2 + (8-1) \times 11^2}{7+8-2}} = 11.47$$

(5)改善裝填製程後，產品平均容量沒有比較高。

z 分配**左尾**機率表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952

t 分配**右尾**臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
11	3.1058	2.7181	2.2010	1.7959	1.3634
12	3.0545	2.6810	2.1788	1.7823	1.3562
13	3.0123	2.6503	2.1604	1.7709	1.3502
14	2.9768	2.6245	2.1448	1.7613	1.3450

F 分配**右尾**臨界值表

n1 \ n2		$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.025$			
		5	6	7	8	5	6	7	8
5	5	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	7.1464	6.9777	6.8531	6.7572
6	6	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	5.9876	5.8198	5.6955	5.5996
7	7	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	5.2852	5.1186	4.9949	4.8993
8	8	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	4.8173	4.6517	4.5286	4.4333