

## 第九章 計數資料之假設檢定 (考古題)

2006年9月11日 最後修改

### 9.1 (94-逢甲-國貿)

10. LV 世界連鎖店, 欲了解不同年齡的客人與來店消費次數的消費型態。於是將上週的消費客人統計如下表。在顯著水準  $\alpha = 0.05$  下, 試檢定來店消費次數與客人的年齡是否有關? (檢定量臨界值  $\chi_{0.05}^2(6) = 12.59$ ) (10%)

類別	0-25 歲	26-40 歲	41-55 歲	56 歲以上	合計
1 次	90	100	50	30	270
2 次	40	20	15	20	95
3 次以上	22	16	8	4	60
合計	152	136	73	54	425

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )					
組別	0~25歲	26~40歲	41~55歲	56歲以上	總和
1次	90	100	50	30	270
2次	40	20	15	20	95
3次以上	22	16	8	4	50
總和	152	136	73	54	415

理論次數 ( $e_i$ )					
組別	0~25歲	26~40歲	41~55歲	56歲以上	總和
1次	98.89	88.48	47.49	35.13	270
2次	34.80	31.13	16.71	12.36	95
3次以上	18.31	16.39	8.80	6.51	50
總和	152	136	73	54	415

$(o_i - e_i)^2 / e_i$					
組別	0~25歲	26~40歲	41~55歲	56歲以上	總和
1次	0.799	1.499	0.132	0.750	3.181
2次	0.779	3.981	0.175	4.720	9.655
3次以上	0.742	0.009	0.072	0.965	1.788
總和	2.320	5.489	0.379	6.435	14.624

其中 (理論次數計算如下):

$$e_{ij} = \frac{o_{ij}}{\sum o_{i列} \times \sum o_{j行}} \quad e_{11} = \frac{o_{11}}{\sum o_{1列} \times \sum o_{1行}} = \frac{90}{270 \times 152} = 98.89$$

$H_0$ : 消費次數與消費年齡無關

自由度  $(3-1) \times (4-1) = 6$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 12.592\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 14.624 \in R$ ，拒絕虛無假設

消費次數與消費年齡有關

### 9.2 (94-逢甲-保險)

7. (15分) 已知一產險公司在一年365天觀察每天理賠件數情況如下

理賠件數	0	1	2	3	4+	合計
天數	50	122	101	92	0	365

將每天理賠件數分成下列4群

0      1      2      3+

在顯著水準  $\alpha = 0.05$  下，檢定每天理賠件數是否為波氏分配。

(提示 波氏分配的機率函數為  $f(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$ )

【解】

理賠件數	$o_i$	$p_i$	$e_i$	$o_i - e_i$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
0	50	0.1932	70.53	-20.53	5.977
1	122	0.3177	115.94	6.06	0.316
2	101	0.2611	95.30	5.70	0.342
3+	92	0.2280	83.23	8.77	0.924
合計	365	1			7.559

其中

$$\text{波氏分配之參數 } \lambda = \frac{50 \times 0 + 122 \times 1 + 101 \times 2 + 92 \times 3}{50 + 122 + 101 + 92} = 1.644$$

$$\text{機率 } p_x = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, \quad p_{3+} = 1 - (p_0 + p_1 + p_2)$$

$$p_0 = e^{-1.644} \frac{1.644^0}{0!} = 0.1932$$

$$p_1 = e^{-1.644} \frac{1.644^1}{1!} = 0.3177$$

$H_0$ : 理賠件數成波氏分配

自由度  $4 - 1 - 1 = 2$  之  $\chi^2$  分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 5.991\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 7.559 \in R$ ，拒絕虛無假設

理賠件數不是波氏分配

### 9.3 (94-淡江-保險)

五、(1) 設隨機抽取 200 位已婚且已退休之男性為樣本，依其教育程度與擁有子女數分類如下

表：

子女數 \ 教育程度	0-1	2-3	4 及以上
國(初)中以下	14	37	32
高中(職)	19	42	17
大專及以上	12	17	10

試檢定父親的教育程度與擁有子女數是否獨立？

(取顯著水準  $\alpha = 0.05$ ) (14分)

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )				
組別	0-1	2-3	4以上	合計
國中以下	14	37	32	83
高中職	19	42	17	78
大專以上	12	17	10	39
合計	45	96	59	200

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	0-1	2-3	4以上	合計
國中以下	18.68	39.84	24.49	83
高中職	17.55	37.44	23.01	78
大專以上	8.78	18.72	11.51	39
合計	45	96	59	200

$(o_i - e_i)^2 / e_i$				
組別	0-1	2-3	4以上	合計
國中以下	1.170	0.202	2.307	3.679
高中職	0.120	0.555	1.570	2.245
大專以上	1.185	0.158	0.197	1.540
合計	2.475	0.916	4.073	7.464

$H_0$ : 教育程度與子女數無關

自由度  $(3-1) \times (3-1) = 4$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 9.488\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 7.464 \notin R$ , 無法拒絕虛無假設

教育程度與子女數無關

#### 9.4 (94-政大-企管)

6. A sample of 60 shoppers was selected in a department store to determine various information concerning consumer behavior. Among the questions asked was, "Do you enjoy shopping in this store?" The results are summarized in the following contingency table:

GENDER

Enjoying shopping	Male	Female	Total
Yes	16	24	40
No	9	11	20
Total	25	35	60

Is there evidence of significant difference between the proportions of males and females who enjoying shopping in this store at the 0.05 level of significance? (10 %)

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )			
Enjoying Shopping	Male	Female	Total
Yes	16	24	40
No	9	11	20
Total	25	35	60

理論次數 ( $e_i$ )			
Enjoying Shopping	Male	Female	Total
Yes	16.67	23.33	40
No	8.33	11.67	20
Total	25	35	60

$(o_i - e_i)^2 / e_i$			
Enjoying Shopping	Male	Female	Total
Yes	0.027	0.019	0.046
No	0.053	0.038	0.091
Total	0.080	0.057	0.137

$H_0$ : 性別與血拚興趣無關

自由度  $(2-1) \times (2-1) = 1$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 3.841\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 0.137 \notin R$ , 無法拒絕虛無假設

性別與血拚興趣無關

### 9.5 (94-台大-商研)

7. 由一批產品中隨機抽測 30 件, 得其重量分別如下:

30.22 30.09 30.15 30.42 29.94 29.85 30.26 30.29 30.38 30.31  
 30.21 29.92 30.05 30.28 30.45 29.80 30.27 30.23 30.24 29.97  
 30.37 30.40 30.06 30.34 30.25 30.11 30.30 30.17 30.08 30.20

試求算:

(1) 依 Z 分配法求算出 Z 值 = \_\_\_\_\_ :

(2) 以  $\alpha = 0.05$  檢定產品重量中位數  $\eta$  \_\_\_\_\_ (是, 否) 仍為 30.00?

【解】

檢定中位數是否為 30

檢定統計量  $N_{x>\eta} = N(x > 30)$  為  $n = N(x \neq 30)$ 、 $p = 0.5$  的二項分配

其中,  $N(x > 30)$  表示大於中位數  $\eta = 30$  的樣本數目

由資料得:

$$n = N(x \neq 30) = 30, N_{x>\eta} = N(x > 30) = 25$$

因樣本數  $n \geq 30$  屬大樣本, 故本題

檢定統計量  $z = \frac{(N_{x>\eta} \pm 0.5) - \mu_{N_{x>\eta}}}{\sigma_{N_{x>\eta}}}$  為 z 分配

其中

$$\mu_{N_{x>\eta}} = n \times p, \sigma_{N_{x>\eta}} = \sqrt{n \times p \times (1-p)}$$

(1)

$$\mu_{N_{x>\eta}} = n \times p = 30 \times 0.5 = 15, \quad \sigma_{N_{x>\eta}} = \sqrt{n \times p \times (1-p)} = \sqrt{30 \times 0.5 \times 0.5} = 2.7386$$

$$z = \frac{(N_{x>\eta} \pm 0.5) - \mu_{N_{x>\eta}}}{\sigma_{N_{x>\eta}}} = \frac{(25 - 0.5) - 15}{2.7386} = 3.4689$$

$$\text{其中，若 } N_{x>\eta} > \mu_{N_{x>\eta}} \text{ 則 } z = \frac{(N_{x>\eta} - 0.5) - \mu_{N_{x>\eta}}}{\sigma_{N_{x>\eta}}}$$

(採取保守策略：盡量不要拒絕虛無假設)

(2)

$$H_0: \eta = 30$$

雙尾， $z$  分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域  $R = \{|z| > 1.96\}$

樣本檢定統計量  $z = 3.4689 \in R$ ，拒絕虛無假設

產品重量中位數不是 30

### 9.6 (93-雲科大-財金)

8. 根據某些文章的報導,小廠商在景氣開始復甦時,似乎會比大公司雇用更多人。下表顯示一個隨機樣本共 1032 家廠商,按照廠商大小分類所雇用與解雇的員工人數。寫出你的虛無假設和結論。 \_\_\_\_\_。(10 分)

	小型廠商	中型廠商	大型廠商	合計
雇用人數	210	290	325	825
解雇人數	32	95	80	207
合計	242	385	405	1032

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )				
組別	小型廠商	中型廠商	大型廠商	合計
雇用人數	210	290	325	825
解雇人數	32	95	80	207
合計	242	385	405	1032

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	小型廠商	中型廠商	大型廠商	合計
雇用人數	193.46	307.78	323.76	825
解雇人數	48.54	77.22	81.24	207
合計	242	385	405	1032

$(o_i - e_i)^2 / e_i$				
組別	小型廠商	中型廠商	大型廠商	合計
雇用人數	1.414	1.027	0.005	2.446
解雇人數	5.636	4.092	0.019	9.747
合計	7.051	5.119	0.024	12.193

$H_0$ : 雇用、解雇人數與公司規模無關

自由度  $(2-1) \times (3-1) = 2$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 5.991\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 12.193 \in R$ , 拒絕虛無假設

雇用、解雇人數與公司規模有關

### 9.7 (93-政大-國貿)

7. A study of educational levels of 500 voters and their political party affiliations in a particular county in Taiwan showed the following results:

	Pan-Green	Pan-Blue	Independent
Didn't Complete High School	40	20	80
High School Diploma	70	30	60
Has College Degree	90	50	60

Use the 1% level of significance and test to see if party affiliation is independent of the educational level of the voters. Make sure that you specify your null and alternative hypotheses first. (8%)

$$\chi_{0.99, 3}^2 = 11.34; \chi_{0.99, 4}^2 = 13.28; \chi_{0.99, 5}^2 = 15.09; \chi_{0.99, 6}^2 = 16.81;$$

$$\chi_{0.99, 7}^2 = 18.48; \chi_{0.99, 8}^2 = 20.09; \chi_{0.99, 9}^2 = 21.67.$$

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )				
組別	Green	Blue	Independent	合計
Didn't Complete High School	40	20	80	140
High School Diploma	70	30	60	160
Has College Degree	90	50	60	200
合計	200	100	200	500

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	Green	Blue	Independent	合計
Didn't Complete High School	56.00	28.00	56.00	140
High School Diploma	64.00	32.00	64.00	160
Has College Degree	80.00	40.00	80.00	200
合計	200	100	200	500

$(o_i - e_i)^2 / e_i$				
組別	Green	Blue	Independent	合計
Didn't Complete High School	4.571	2.286	10.286	17.143
High School Diploma	0.563	0.125	0.250	0.938
Has College Degree	1.250	2.500	5.000	8.750
合計	6.384	4.911	15.536	26.830

$H_0$ : 教育程度與政黨歸屬無關

自由度  $(3-1) \times (3-1) = 4$  之  $\chi^2$  分配， $\alpha = 0.01$ ，拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 13.277\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 26.830 \in R$ ，拒絕虛無假設

教育程度與政黨歸屬有關

### 9.8 (92-雲科大-工管)

9. (20%) Below are the points scored by Michael Jordan of Chicago Bulls in the consecutive games for the regular season:

30 16 29 29 27 15 19 28 28 27

30 49 33 26 26 29 29 13 29 25

Perform randomness and normality checks on the data.

【解】

原資料計算結果如下：

$$n = 20, \quad \Sigma x = 537, \quad \Sigma x^2 = 15,509$$

$$\bar{x} = \frac{537}{20} = 26.85, \quad s = \sqrt{\frac{15,509 - \frac{537^2}{20}}{20-1}} = 7.576$$

計算組限：

每組至少需要  $e_i \geq 5$ ，故分成  $\frac{n}{5} = \frac{20}{5} = 4$  組，每組的機率為  $p_i = \frac{1}{4} = 0.25$

左尾，z 分配， $\alpha = 0.25$ ，得  $z = -0.6745$ ， $x_1 = \bar{x} + z \times s = 21.74$

左尾，z 分配， $\alpha = 0.50$ ，得  $z = 0$ ， $x_1 = \bar{x} + z \times s = 26.85$

左尾，z 分配， $\alpha = 0.75$ ，得  $z = 0.6745$ ， $x_1 = \bar{x} + z \times s = 31.96$

將原始資料整理成下表：

組別	$o_i$	$p_i$	$e_i$	$o_i - e_i$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
$x \leq 21.74$	4	0.2500	5.	-1.	0.200
$21.74 < x \leq 26.85$	3	0.2500	5.	-2.	0.800
$26.85 < x \leq 31.96$	11	0.2500	5.	6.	7.200
$x > 31.96$	2	0.2500	5.	-3.	1.800
合計	20	1			10.000

$H_0$ ：母體為常態分配 ( $\mu = 26.85, \sigma = 7.576$ )

自由度  $4 - 2 - 1 = 1$  之  $\chi^2$  分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 3.841\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 10 \in R$ ，拒絕虛無假設

母體不是常態分配

### 9.9 (92-逢甲-經濟)

六.(10%) 某民意調查員想瞭解在市長選舉中，電視辯論對選民投票行為的影響。隨機抽取 500 位合格選民，在電視辯論前後詢問他們所支持的候選人。結果如下：

		辯論後支持	
		候選人 A	候選人 B
辯論前支持	候選人 A	265	25
	候選人 B	40	170

在 0.05 的顯著水準下，是否有證據顯示電視辯論前、後支持候選人 A 的比例有差異？

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )			
組別	辯後支持A	辯後支持B	合計
辯前支持A	265	25	290
辯前支持B	40	170	210
合計	305	195	500

理論次數 ( $e_i$ )			
組別	辯後支持A	辯後支持B	合計
辯前支持A	176.90	113.10	290
辯前支持B	128.10	81.90	210
合計	305	195	500

$(o_i - e_i)^2 / e_i$			
組別	辯後支持A	辯後支持B	合計
辯前支持A	43.876	68.626	112.502
辯前支持B	60.590	94.769	155.360
合計	104.466	163.395	267.861

$H_0$ : 辯論前、後兩候選人的支持度無關

自由度  $(2-1) \times (2-1) = 1$  之  $\chi^2$  分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 3.841\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 267.861 \in R$ ，拒絕虛無假設

辯論前、後兩候選人的支持度有關

### 9.10 (92-逢甲-經濟)

八.(10%) 觀察 80 個兔巢，每一兔巢皆有三隻兔子，結果顯示每一兔巢內雄性兔子隻數分配，如下所示：

每一兔巢內雄性兔子數	0	1	2	3	總計
兔巢數	12	18	24	26	80

在兔子性別為二項試驗模式下，每一兔巢內雄性兔子數之機率分配亦為二項分配，且設  $P$  = 雄性兔子出生的機率，以顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，檢定上面資料屬二項分配。

【解】

$$\text{生雄兔的機率： } p = \frac{0 \times 12 + 1 \times 18 + 2 \times 24 + 3 \times 26}{3 \times 80} = 0.6$$

$$\text{二項分配： } f(x; n=3, p=0.6) = \frac{3!}{x!(3-x)!} \times 0.6^x (1-0.6)^{3-x}$$

雄兔數	$o_i$	$p_i$	$e_i$	$o_i - e_i$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
0	12	0.0640	5.12	6.88	9.245
1	18	0.2880	23.04	- 5.04	1.103
2	24	0.4320	34.56	- 10.56	3.227
3	26	0.2160	17.28	8.72	4.400
合計	80	1			17.975

其中，

$$p_0 = f(x=0; n=3, p=0.6) = \frac{3!}{0!(3-0)!} \times 0.6^0 (1-0.6)^{3-0} = 0.064$$

$$p_1 = f(x=1; n=3, p=0.6) = \frac{3!}{1!(3-1)!} \times 0.6^1 (1-0.6)^{3-1} = 0.288$$

$H_0$ : 雄性兔子數成二項分配 ( $n=3, p=0.6$ )

自由度  $4-1-1=2$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha=0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 5.991\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 17.975 \in R$ , 拒絕虛無假設

雄性兔子數不是二項分配

### 9.11 (92-淡江-國貿)

5 自某大學隨機抽取的 200 位教授樣本中, 其性別與職稱如下表所述:

職稱 \ 性別	助理教授	副教授	教授
男	46	42	72
女	24	8	8

在顯著水準  $\alpha = 0.05$  下, 試根據上述資料檢定性別與職稱兩屬性是否獨立?  
(20分)

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )				
組別	助理教授	副教授	教授	合計
男	46	42	72	160
女	24	8	8	40
合計	70	50	80	200

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	助理教授	副教授	教授	合計
男	56.00	40.00	64.00	160
女	14.00	10.00	16.00	40
合計	70	50	80	200

$(o_i - e_i)^2 / e_i$				
組別	助理教授	副教授	教授	合計
男	1.786	0.100	1.000	2.886
女	7.143	0.400	4.000	11.543
合計	8.929	0.500	5.000	14.429

$H_0$ : 性別與職稱無關

自由度  $(2-1) \times (3-1) = 2$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 5.991\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 14.429 \in R$ , 拒絕虛無假設

性別與職稱有關

### 9.12 (92-政大-國貿)

5. One thousand inner-city teenagers in the land of Zog were interviewed anonymously concerning their use of drugs and involvement in crime. their responses are summarized in the following table.

Drug Use and Crime Among inner-City teenagers of Zog			
Drug Use	No Crimes	Misdemeanour	Felony
Yes	228	258	71
No	172	242	29

Statistics for the entire teenage population of Zog show that only ten percent ever commit felony (very serious crime), but one half commit a misdemeanor (less serious crime) of some sort. One half of all Zogian teenagers have used a drug of some kind.

(a) (5%) At size 0.05, test the hypothesis that drug use among these teenagers is consistent with that of the population.

(b) (5%) At size 0.05, test the hypothesis that for inner-city Zogian teenagers drug use is evenly split and independent of involvement in criminal activity.

【解】

(a)

觀察資料 ( $o_i$ )				
組別	No Crimes	Misdemeanour	Felony	合計
Yes	228	258	71	557
No	172	242	29	443
合計	400	500	100	1000

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	No Crimes	Misdemeanour	Felony	合計
Yes	222.80	278.50	55.70	557
No	177.20	221.50	44.30	443
合計	400	500	100	1000

$(o_i - e_i)^2/e_i$				
組別	No Crimes	Misdemeanou:	Felony	合計
Yes	0.121	1.509	4.203	5.833
No	0.153	1.897	5.284	7.334
合計	0.274	3.406	9.487	13.167

$H_0$ : 吸毒與否與犯罪行為無關

自由度  $(2-1) \times (3-1) = 2$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 5.991\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 13.167 \in R$ , 拒絕虛無假設

吸毒與否與犯罪行為有關

(b)

本小題假設吸毒與不吸毒人數相等:

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	No Crimes	Misdemeanou:	Felony	合計
Yes	200.00	250.00	50.00	500
No	200.00	250.00	50.00	500
合計	400	500	100	1000

$(o_i - e_i)^2/e_i$				
組別	No Crimes	Misdemeanou:	Felony	合計
Yes	3.920	0.256	8.820	12.996
No	3.920	0.256	8.820	12.996
合計	7.840	0.512	17.640	25.992

$H_0$ : 吸毒人數佔人口數之50%且吸毒與否與犯罪行為無關

自由度  $2 \times 3 - 3 = 3$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.05$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 7.814\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 25.99 \in R$ , 拒絕虛無假設

吸毒與否與犯罪行為有關

### 9.13 (92-政大-企管)

2. The following rating information for cable network was based on a television research review data. For the top 100 shows of the season, the following table summarize the observed number of shows from each network falling into each popularity quartile. Can we conclude that the cable network is independent of popularity quartile at the 0.1 level of significance? (25%)

		Cable Network		
		A	B	C
Number	1-25	7	13	5
of shows	26-50	7	11	7
ranked	51-75	10	5	10
	76-100	12	5	8

【解】

觀察資料 ( $o_i$ )				
組別	A	B	C	總和
1-25	7	13	5	25
26-50	7	11	7	25
51-75	10	5	10	25
76-100	12	5	8	25
總和	36	34	30	100

理論次數 ( $e_i$ )				
組別	A	B	C	總和
1-25	9.00	8.50	7.50	25
26-50	9.00	8.50	7.50	25
51-75	9.00	8.50	7.50	25
76-100	9.00	8.50	7.50	25
總和	36	34	30	100

$(o_i - e_i)^2 / e_i$				
組別	A	B	C	總和
1-25	0.444	2.382	0.833	3.660
26-50	0.444	0.735	0.033	1.213
51-75	0.111	1.441	0.833	2.386
76-100	1.000	1.441	0.033	2.475
總和	2.000	6.000	1.733	9.733

$H_0$ : 電視節目排名與頻道系統無關

自由度  $(3-1) \times (4-1) = 6$  之  $\chi^2$  分配,  $\alpha = 0.1$ , 拒絕區域  $R = \{\chi^2 > 10.645\}$

樣本檢定統計量  $\chi^{2*} = 9.733 \notin R$ , 無法拒絕虛無假設

電視節目排名與頻道系統無關