

第七章 變異數分析（考古題）

2006 年 5 月 17 日 最後修改

7.1（94-逢甲-國貿）單因子 ANOVA

5、宏碩科技想測試該公司四種 PDA 產品的外型設計，那一種最受消費者喜歡？為考慮不同市場可能的不同反應，所以在五類不同賣場各選擇四家廠商，每家廠商只銷售一種特定外型的产品，試銷一個月後，各個賣場銷售量（以箱為單位）如下表所示。請做出變異數分析表，並回答：不同外型的 PDA 設計的銷售量是否有顯著差異（5%顯著水準下 F 的臨界值 = 3.49）。（10%）

賣場類型	A 型	B 型	C 型	D 型
3C 專賣店	12	20	13	11
大賣場	2	14	7	5
通訊行	8	17	13	10
便利商店	1	12	8	3
連鎖書店	7	17	14	6

【解】

	A	B	C	D	ΣB	n_B	$(\Sigma B)^2/k$
3C專賣店	12	20	13	11	56	4	784.0
大賣場	2	14	7	5	28	4	196.0
通訊行	8	17	13	10	48	4	576.0
便利商店	1	12	8	3	24	4	144.0
連鎖書店	7	17	14	6	44	4	484.0
ΣA	30	80	55	35	200	20	2184.0
n_A	5	5	5	5	20		
$(\Sigma A)^2/n_A$	180	1280	605	245	2310		

x^2	A	B	C	D	合計
3C專賣店	144	400	169	121	834
大賣場	4	196	49	25	274
通訊行	64	289	169	100	622
便利商店	1	144	64	9	218
連鎖書店	49	289	196	36	570
合計					2518

整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	310.00	3	103.33	51.667
集區變異	184.00	4	46.00	23.000
組內變異	24.00	12	2.00	
總變異	518.00	19		

其中

$$k = 4, \quad b = 5, \quad N = kb = 20$$

$$SSTR = 2,310 - \frac{(200)^2}{20} = 310$$

$$SSBK = 2,184 - \frac{(200)^2}{20} = 184$$

$$SST = 2,518 - \frac{(200)^2}{20} = 518$$

$$SSE = SST - SSTR - SSBK = 24$$

假設檢定：

(1) $H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$ (右尾檢定)

(2) 檢定統計量 $MSTR/MSE$ 為自由度 $(df_{TR}, df_E) = (3, 12)$ 的 F 分配

(3) 右尾檢定，自由度 $(3, 12)$ 的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.49\}$

(4) 樣本檢定統計量 $MSTR/MSE = 51.67 \in R$ ，拒絕 H_0

(5) 不同外型的 PDA 有不同的銷售量。

7.2 (92-逢甲-經濟) 單因子 ANOVA

五. 三位老師教學評鑑結果如下。

教師	教學評分					
Wilson	84	76	75	64	92	65
Ross	83	81	74	76	94	
Anderson	76	81	52	67	83	

在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，

(a)(5%) 以一因子變異數分析方法來檢定，三位老師的教學能力是否有顯著差異。

(b)(5%) 寫出(a)方法的模式及假設。

(c)(5%) 以 Kruskal-Wallis 方法來檢定，三位老師的教學能力是否有顯著差異。

【解】

	Wilson	Ross	Anderson	合計
	84	83	76	
	76	81	81	
	75	74	52	
	64	76	67	
	92	94	83	
	65			
ΣA	456	408	359	1223
n_A	6	5	5	16
$(\Sigma A)^2/n_A$	34,656	33,293	25,776	93,725

χ^2	Wilson	Ross	Anderson	合計
	7,056	6,889	5,776	
	5,776	6,561	6,561	
	5,625	5,476	2,704	
	4,096	5,776	4,489	
	8,464	8,836	6,889	
	4,225			
合計	35,242	33,538	26,419	95,199

整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	241.94	2	120.97	1.067
組內變異	1474.00	13	113.38	
總變異	1715.94	15		

其中

$$k = 3, \quad n_A = 6, n_B = 5, n_C = 5, \quad N = n_A + n_B + n_C = 16$$

$$SSTR = 93,725 - \frac{(1,223)^2}{16} = 241.94$$

$$SST = 95,199 - \frac{(1,223)^2}{16} = 1,715.94$$

$$SSE = SST - SSTR = 1,715.94 - 241.94 = 1,474$$

(a)

右尾檢定，自由度(2,13)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.8056\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 1.067 \notin R$ ，無法拒絕虛無假設 H_0

三位老師間的教學能力沒有差異。

(b)

變異數分析的假設

(1)各組母體均為常態分配

(2)各組母體的標準差相等

(3)各組母體互相獨立

(c)

這部分屬無母數統計。

7.3 (94-逢甲-保險) 單因子 ANOVA

5. 由 A, B, C 三部機生產相同產品的機器，各隨機抽取 7 件，得重量的如下：

機器	平均數	變異數
A	31	16
B	38	11
C	33	13

(a) (10分) 在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定三部機生產產品的平均重量是否完全相等？

(b) (5分) 求 A 產品平均重量的 95% 信賴區間？

【解】

已知

$$k = 3, \quad n_A = n_B = n_C = 7, \quad N = n_A + n_B + n_C = 21$$

$$\Sigma A = n_A \bar{x}_A = 217, \quad \Sigma A^2 = (n_A - 1)s_A^2 + n_A \bar{x}_A^2 = 6,823$$

$$\Sigma B = n_B \bar{x}_B = 266, \quad \Sigma B^2 = (n_B - 1)s_B^2 + n_B \bar{x}_B^2 = 10,174$$

$$\Sigma C = n_C \bar{x}_C = 231, \quad \Sigma C^2 = (n_C - 1)s_C^2 + n_C \bar{x}_C^2 = 7,701$$

$$\Rightarrow \Sigma T = 217 + 266 + 231 = 714, \quad \Sigma T^2 = 6,823 + 10,174 + 7,701 = 24,698$$

$$\Rightarrow SSTR = \frac{217^2}{7} + \frac{266^2}{7} + \frac{231^2}{7} - \frac{714^2}{21} = 182, \quad SSE = 24,698 - \frac{714^2}{21} = 422$$

整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	182	2	91.00	6.825
組內變異	240	18	13.33	
總變異	422	20		

(a)

右尾檢定，自由度(2,18)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.5546\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 6.825 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

三部機器生產產品的重量不完全相等。

(b)

統計量 $\frac{\bar{x}_A - \mu_A}{\sqrt{MSE}/\sqrt{n_A}}$ 為自由度 18 的 t 分配， μ_A 的信賴區間為

$$CI_{\mu_A} = \left\{ \mu_A - \bar{x}_A \mid \leq t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sqrt{MSE}}{\sqrt{n_A}} \right\}$$

代入 $\bar{x}_A = 31$, $n_A = 7$, $MSE = 13.33$, $1 - \alpha = 95\%$, $t_{\frac{\alpha}{2}=0.025, df=18} = 2.101$

得 $CI_{\mu_A} = \{28.10 \leq \mu_A \leq 33.90\}$

7.4 (90-淡江-國貿) 單因子 ANOVA

6. 長虹市調公司接受一委託案，調查市面上相同屬性的四種不同品牌飲料，其銷售情形是否有顯著差異。該公司乃選擇 20 個消費傾向類似的地區，且每一品牌飲料隨機指定其中五個不重複的地區做調查。下列資料是每一品牌飲料在各該地區平均每一千人口的銷售箱數：

品 牌	銷售箱數 X_i	樣本數	樣本和	樣本平均數
甲	31 28 30 27 29	5	145	29
乙	26 28 25 29 27	5	135	27
丙	31 29 32 32 31	5	155	31
丁	27 25 28 24 26	5	130	26

(1) 該公司研究人員擬以變異數分析(1-Way ANOVA) 方法處理該問題，試問應有那些 前題假設。(6分)

(2) 下表是不完整之 ANOVA 表，試對表中之有編號之空格，依序填寫適當之數值於答案紙上。(7分)

變異來源	平方和(SS)	自由度(df)	均方 (MS)	F
品 牌	(a)	(c)	(f)	(g)
誤 差	(b)	(d)	(2.25)	
總 變 異	109.75	(e)		

(3) 試根據 (2) 之結果，說明此四種品牌飲料的平均銷售量是否有顯著差異，取顯著水準 $\alpha = 0.05$ 。(5分)

【解】

	甲	乙	丙	丁	合計
	31	26	31	27	
	28	28	29	25	
	30	25	32	28	
	27	29	32	24	
	29	27	31	26	
ΣA	145	135	155	130	565
n_A	5	5	5	5	20
$(\Sigma A)^2/n_A$	4,205	3,645	4,805	3,380	16,035

χ^2	甲	乙	丙	丁	合計
	961	676	961	729	
	784	784	841	625	
	900	625	1,024	784	
	729	841	1,024	576	
	841	729	961	676	
合計	4,215	3,655	4,811	3,390	16,071

整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	73.75	3	24.58	10.926
組內變異	36.00	16	2.25	
總變異	109.75	19		

其中

$$k = 4, \quad n_A = n_B = n_C = n_D = 5, \quad N = 20$$

$$SSTR = 16,035 - \frac{(565)^2}{20} = 73.75 \quad SST = 16,071 - \frac{(565)^2}{20} = 109.75$$

$$SSE = SST - SSTR = 36$$

(c)

右尾檢定，自由度(3,16)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.2389\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 10.926 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

四種飲料間的平均銷售量並非完全相同。

7.5 (90-淡江-企管) 單因子 ANOVA

五、某糖果廠的市場研究部門為研究某糖果的銷售量，分別以甲、乙、丙三種不同的包裝試賣來了解是否影響其銷售量(一天只賣其中一種包裝的糖果)。試賣 21 天其銷售量資料如下：

甲	乙	丙
5	9	2
4	7	3
8	8	4
6	6	1
3	9	4
5	5	4
4	5	3

- (1) 試以顯著水準 0.05 檢定糖果包裝不同是否會影響其銷售量？
 (2) 在進行上述檢定時，需要符合那些假設條件？

【解】

	甲	乙	丙	合計
	5	9	2	
	4	7	3	
	8	8	4	
	6	6	1	
	3	9	4	
	5	5	4	
	4	5	3	
ΣA	35	49	21	105
n_A	7	7	7	21
$(\Sigma A)^2/n_A$	175	343	63	581

χ^2	甲	乙	丙	合計
	25	81	4	
	16	49	9	
	64	64	16	
	36	36	1	
	9	81	16	
	25	25	16	
	16	25	9	
合計	191	361	71	623

整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	56.00	2	28.00	12.000
組內變異	42.00	18	2.33	
總變異	98.00	20		

(1)

右尾檢定，自由度(2,18)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.5546\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 12.00 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

三種包裝間的平均銷售量並非完全相同。

7.6 (94-淡江-企管) 單因子 ANOVA

5. In an effort to improve the quality of recording tapes, the effects of four kinds of coatings A, B, C, D on the reproducing quality of sound are compared. Suppose that the measurements of sound distortion are obtained from tapes treated with the four coatings. Here are summary statistics for the sound distortion.

Coating	Sample Size	Mean	Sum of Squares
A	5	12	38
B	4	17	30
C	7	16	12
D	6	15	14

(1) Create the ANOVA table. (10 分)

(2) Does any significant difference exist among the mean distortions obtained using the four coating? Use $\alpha = 0.05$. (5 分)

【解】

已知

$$k = 4, \quad n_A = 5, n_B = 4, n_C = 7, n_D = 6 \quad N = 22$$

$$SSE = SS_A + SS_B + SS_C + SS_D = 38 + 30 + 12 + 14 = 94$$

$$\Sigma T = n_A \bar{x}_A + n_B \bar{x}_B + n_C \bar{x}_C + n_D \bar{x}_D = 5 \times 12 + 4 \times 17 + 7 \times 16 + 6 \times 15 = 330$$

$$\begin{aligned} SSTR &= \frac{(\Sigma A)^2}{n_A} + \frac{(\Sigma B)^2}{n_B} + \frac{(\Sigma C)^2}{n_C} + \frac{(\Sigma D)^2}{n_D} - \frac{(\Sigma T)^2}{N} \\ &= n_A \bar{x}_A^2 + n_B \bar{x}_B^2 + n_C \bar{x}_C^2 + n_D \bar{x}_D^2 - \frac{(\Sigma T)^2}{N} \\ &= 5 \times 12^2 + 4 \times 17^2 + 7 \times 16^2 + 6 \times 15^2 - \frac{330^2}{22} \\ &= 68 \end{aligned}$$

(a) 整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	68	3	22.67	4.340
組內變異	94	18	5.22	
總變異	162	21		

(b)

右尾檢定，自由度(3,18)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.1599\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 4.340 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

四種表面塗料的效果不完全相同。

7.7 (94-台大-商學) 有交互作用 ANOVA

1. 台大農場以 3 種不同品種(A、B、C)及 3 種不同施肥方式(甲、乙、丙)同時試驗，並測得玫瑰花的產量如下表：

品種	施肥方式	各區產量		
A	甲	64	71	67
	乙	72	73	71
	丙	76	84	90
B	甲	75	76	74
	乙	71	71	71
	丙	65	64	66
C	甲	57	67	62
	乙	59	71	65
	丙	61	77	69

假設此資料適合 ANOVA 分析，試以 $\alpha=0.05$ 檢定：

- (1) 品種不同會不會影響產量？
- (2) 施肥方式不同會不會影響產量？
- (3) 品種與施肥方式之間是否具有交互作用？

【解】

原始資料整理成以下標準形式：

x_{ij}	A			B			C		
甲	64	71	67	75	76	74	57	67	62
乙	72	73	71	71	71	71	59	71	65
丙	76	84	90	65	64	66	61	77	69

x_{ij}^2	A			B			C		
甲	4096	5041	4489	5625	5776	5476	3249	4489	3844
乙	5184	5329	5041	5041	5041	5041	3481	5041	4225
丙	5776	7056	8100	4225	4096	4356	3721	5929	4761

將每方格加總：

Σx_{ij}	A	B	C	ΣB	n_B	$(\Sigma B)^2/a$
甲	202	225	186	613	9	41752.1
乙	216	213	195	624	9	43264.0
丙	250	195	207	652	9	47233.8
ΣA	668	633	588	1889	27	132249.9
n_A	9	9	9	27		
$(\Sigma A)^2/b$	49580.4	44521.0	38416.0	132517.4		

Σx_{ij}^2	A	B	C	合計
甲	13626	16877	11582	42085
乙	15554	15123	12747	43424
丙	20932	12677	14411	48020
合計				133529

隨機變異	A	B	C	合計
甲	24.67	2.00	50.00	76.67
乙	2.00	0.00	72.00	74.00
丙	98.67	2.00	128.00	228.67
合計				379.33

$$\text{例如 } A\text{甲方格變異} = \Sigma x_{A\text{甲}}^2 - \frac{(\Sigma x_{A\text{甲}})^2}{n_{A\text{甲}}} = 13,626 - \frac{202^2}{3} = 24.67$$

整理成以下變異數分析表：

變異來源	平方和	自由度	均方	F
A 因子	357.4	2	178.70	8.480
B 因子	89.9	2	44.93	2.132
交互作用	542.4	4	135.59	6.434
隨機	379.3	18	21.07	
總和	1369.0	26		

其中

$$a = 3, \quad b = 5, \quad n_{ij} = 3, \forall i, j, \quad n_A = n_{A_2} = n_{A_3} = n_{B_1} = n_{B_2} = n_{B_3} = 9, \quad N = 3 \times 9 = 27$$

$$SSA = 132,517.4 - \frac{(1,889)^2}{27} = 375.4$$

$$SSB = 132,249.9 - \frac{(1,889)^2}{27} = 89.9$$

$$SSE = 379.3$$

$$SST = 133,529 - \frac{(1,889)^2}{27} = 1,369.0$$

$$SSAB = SST - SSA - SSB - SSE = 542.4$$

(a)

右尾檢定，自由度(2,18)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.5546\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 8.480 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

品種的不同會影響產量。

(b)

右尾檢定，自由度(2,18)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.5546\}$

樣本檢定統計量 $F_B = 2.132 \notin R$ ，無法拒絕虛無假設 H_0

施肥方式不會影響產量。

(c)

右尾檢定，自由度(4,18)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 2.9277\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 6.434 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

品種與施肥方式有交互作用。

7.8 (93-政大-國貿) 單因子 ANOVA

8. Fill in the blanks (identified by asterisks followed by alphabets) in the following partial analysis-of-variance (ANOVA) table:

Source of Variation	Sums of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F-Statistic
Treatments	*a	*b	195	*c
Error	625	*d	*e	
Total	1600	25		

Explain how you would determine whether treatments matter based on information in the above table? (15%)

【解】

$$a = 1,600 - 625 = 975$$

$$b = \frac{a}{195} = \frac{975}{195} = 5$$

$$d = 25 - b = 25 - 5 = 20$$

$$e = \frac{625}{d} = \frac{625}{20} = 31.25$$

$$c = \frac{195}{e} = \frac{195}{31.25} = 6.24$$

整理成以下變異數分析表：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	975	5	195.00	6.240
組內變異	625	20	31.25	
總變異	1600	25		

右尾檢定，自由度(5,20)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 2.7109\}$

樣本檢定統計量 $F_A = 6.240 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

處置會造成不同的結果。

7.9 (93-逢甲-經濟) 有交互作用 ANOVA

九. (10 分) 已知二因子變異數分析，每一組合樣本大小 n 都一樣，故總共有 $24n$ 個觀察值，試完成下列二因子變異數分析表。須示出計算過程。

變異來源	平方和 SS	自由度	均方和 MS	F
因子A	500	2	_____	_____
因子B	600	_____	_____	_____
交互作用AxB	700	14	_____	2
誤差E	_____	_____	_____	_____
總和T	6000	_____	_____	_____

【解】

變異來源	平方和	自由度	均方	F
A 因子	500	2	(e)	(i)
B 因子	600	(b)	(f)	(j)
交互作用	700	14	(g)	2
隨機	(a)	(c)	(h)	
總和	6000	(d)		

$$a = 6000 - 500 - 600 - 700 = 4200$$

$$b = \frac{14}{2} = 7 \quad e = \frac{500}{2} = 250 \quad f = \frac{600}{b} = \frac{600}{7} = 85.71 \quad g = \frac{700}{14} = 50$$

$$h = \frac{g}{2} = \frac{50}{2} = 25 \quad c = \frac{a}{h} = \frac{4200}{25} = 168 \quad d = 2 + b + 14 + c = 191$$

$$i = \frac{e}{h} = \frac{250}{25} = 10 \quad j = \frac{f}{h} = \frac{85.71}{25} = 3.429$$

整理成以下變異數分析表：

變異來源	平方和	自由度	均方	F
A 因子	500	2	250	10
B 因子	600	7	85.71	3.429
交互作用	700	14	50	2
隨機	4200	168	25	
總和	6000	191		

7.10 (94-政大-風管) 有交互作用 ANOVA

7. Given a two-factor factorial design having two levels in factor A, three levels in factor B, and three replicates in each of the six treatment cell combinations of factors A and B, fill in cells (1) to (12) in the following table if $MSA = 100$, $SSB = 120$, $MSE = 30$, and $SST = 700$. (15 %)

Source	Degrees of Freedom	Mean Square (Variance)	F	Critical value of F (at the significant level of 0.05)
A	(1)	(6)	(10)	(13)
B	(2)	(7)	(11)	(14)
AB	(3)	(8)	(12)	(15)
Error	(4)	(9)		
Total	(5)			

【解】

已知資料整理如下：

Source	SS	df	MS	F
A		1	100	
B	120	2		
AB		(2-1)*(3-1)		
Error			30	
Total	700	17		

$$SSA = \frac{MSA}{a-1} = \frac{100}{1} = 100 \quad MSB = \frac{SSB}{b-1} = \frac{120}{2} = 60$$

$$df_E = df_T - df_A - df_B - df_{AB} = 17 - 1 - 2 - 2 = 12 \quad SSE = MSE \times df_E = 360$$

$$SSAB = 700 - 100 - 120 - 360 = 120 \quad MSAB = \frac{120}{2} = 60$$

變異數分析表如下：

Source	SS	df	MS	F	p	F*
A	100.00	1	100.00	3.333	0.0929	4.7472
B	120.00	2	60.00	2.000	0.1780	3.8853
AB	120.00	2	60.00	2.000	0.1780	3.8853
Error	360.00	12	30.00			
Total	700.00	17			$\alpha =$	0.05

7.11 (94-逢甲-工工) 有交互作用 ANOVA

6. (20 分) 因子 A 與 B 的因子設計，數據如下， $\alpha = 0.05$ 分別檢定因子 A 與 B 對實驗結果的主效果與交互作用是否有影響？已經計算得 $SST = 124$ 。

	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	-2、-1	-3、0	2、3
A ₂	0、2	1、3	4、6
A ₃	-1、0	5、6	0、-1

【解】

x_{ij}^2	B1		B2		B3	
A1	4	1	9	0	4	9
A2	0	4	1	9	16	36
A3	1	0	25	36	0	1

Σx_{ij}	B1	B2	B3	ΣB	n_B	$(\Sigma B)^2/a$
A1	-3	-3	5	-1	6	0.2
A2	2	4	10	16	6	42.7
A3	-1	11	-1	9	6	13.5
ΣA	-2	12	14	24	18	56.3
n_A	6	6	6	18		
$(\Sigma A)^2/b$	0.7	24.0	32.7	57.3		

Σx_{ij}^2	B1	B2	B3	合計
A1	5	9	13	27
A2	4	10	52	66
A3	1	61	1	63
合計				156

隨機變異	B1	B2	B3	合計
A1	0.50	4.50	0.50	5.50
A2	2.00	2.00	2.00	6.00
A3	0.50	0.50	0.50	1.50
合計				13.00

整理成變異數分析表：

變異來源	平方和	自由度	均方	F
A 因子	25.3	2	12.67	8.769
B 因子	24.3	2	12.17	8.423
交互作用	61.3	4	15.33	10.615
隨機	13.0	9	1.44	
總和	124.0	17		

右尾檢定，自由度(4,9)的 F 分配， $\alpha = 0.05$ ，拒絕區域 $R = \{F > 3.6331\}$

樣本檢定統計量 $F_{AB} = 10.615 \in R$ ，拒絕虛無假設 H_0

A 與 B 間有交互作用。

7.12 (94-雲科大-資管)

25. Three different brands of tires were compared for wear characteristics. From each brand of tire, ten tires were randomly selected and subjected to standard wear-testing procedures. The average mileage obtained for each brand of tire and sample variances (both in 1,000 miles) are shown below.

	Brand A	Brand B	Brand C
Average Mileage	37	38	33
Sample Variance	3	4	2

Which of the following statement concerning the ANOVA table is/are correct?

- (A) $SSTR = 108$ (B) $SSE = 9$ (C) $MSE = 3$
 (D) $MSTR = 140$ (E) $F = 28.3$

【解】

已知

$$k = 3, \quad n_A = n_B = n_C = 10, \quad N = n_A + n_B + n_C = 30$$

$$\Sigma A = n_A \bar{x}_A = 370, \quad \Sigma A^2 = (n_A - 1)s_A^2 + n_A \bar{x}_A^2 = 13,717$$

$$\Sigma B = n_B \bar{x}_B = 380, \quad \Sigma B^2 = (n_B - 1)s_B^2 + n_B \bar{x}_B^2 = 14,476$$

$$\Sigma C = n_C \bar{x}_C = 330, \quad \Sigma C^2 = (n_C - 1)s_C^2 + n_C \bar{x}_C^2 = 10,908$$

$$\Rightarrow \Sigma T = 1,080, \quad \Sigma T^2 = 39,101$$

$$\Rightarrow SSTR = \frac{370^2}{10} + \frac{380^2}{10} + \frac{330^2}{10} - \frac{1,080^2}{30} = 140, \quad SSE = 39,101 - \frac{1,080^2}{30} = 81$$

整理成變異數分析表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F
處置變異	140	2	70.00	23.333
組內變異	81	27	3.00	
總變異	221	29		