

靜宜大學 94 學年度第 1 學期企管系『統計學』小考四(A)

【注意】本試卷共有 6 小題，每小題 20 分。考試時間 40 分鐘。請清楚寫上你的答案，並附上簡單過程、說明，沒有說明的答案得不到任何分數。(2005 年 12 月 19 日)

- 令 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_9}{9}$ ，其中 $X_1, X_2, \dots, X_9$ 為 i.i.d.，來自 $\mu = 0, \sigma = 3$ 的常態母體。
 - 信賴區間 $CI = \{-2 \leq \bar{X} \leq 2\}$ ，求信賴度；
 - 拒絕區域 $R = \{\bar{X} > 1.82\}$ ，求 p 值；
 - 令 $Z = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_9 - \bar{X})^2}{\sigma^2}$ ，右尾檢定，顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，求拒絕區域。
- X 為自由度(4, 2)的 F 分配。(a)右尾檢定，顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，求拒絕區域；
(b)信賴度 $1 - \alpha = 90\%$ ，求信賴區間。
- X 為自由度 4 的 t 分配。右尾檢定，顯著水準 $\alpha = 0.05$ ，求拒絕區域。

χ^2 分配右尾臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
5	16.7496	15.0863	12.8325	11.0705	9.2364
6	18.5476	16.8119	14.4494	12.5916	10.6446
7	20.2777	18.4753	16.0128	14.0671	12.0170
8	21.9550	20.0902	17.5345	15.5073	13.3616
9	23.5894	21.6660	19.0228	16.9190	14.6837
10	25.1882	23.2093	20.4832	18.3070	15.9872

t 分配右尾臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
1	63.6567	31.8205	12.7062	6.3138	3.0777
2	9.9248	6.9646	4.3027	2.9200	1.8856
3	5.8409	4.5407	3.1824	2.3534	1.6377
4	4.6041	3.7469	2.7764	2.1318	1.5332
5	4.0321	3.3649	2.5706	2.0150	1.4759
6	3.7074	3.1427	2.4469	1.9432	1.4398

z 分配機率表 $P(0 \leq z \leq z^*)$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

F 分配右尾臨界值表

n2 \ n1	$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.1$			
	2	4	6	8	2	4	6	8
2	19.0000	19.2468	19.3295	19.3710	9.0000	9.2434	9.3255	9.3668
4	6.9443	6.3882	6.1631	6.0410	4.3246	4.1072	4.0097	3.9549
6	5.1433	4.5337	4.2839	4.1468	3.4633	3.1808	3.0546	2.9830
8	4.4590	3.8379	3.5806	3.4381	3.1131	2.8064	2.6683	2.5893
10	4.1028	3.4780	3.2172	3.0717	2.9245	2.6053	2.4606	2.3772
12	3.8853	3.2592	2.9961	2.8486	2.8068	2.4801	2.3310	2.2446

【解】

1.

$\mu_{\bar{X}} = n\mu = 0$, $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{9}} = 1$, 即 $\bar{X}$ 爲 $\mu_{\bar{X}} = 0$, $\sigma_{\bar{X}} = 1$ 的常態分配。

$$(a) CI = \{-2 \leq \bar{X} \leq 2\} = \{-2 \leq z \leq 2\} , P(-2 \leq z \leq 2) = 2 \times 0.4772 = 0.9544$$

$$(b) R = \{\bar{X} > 1.82\} = \{z > 1.82\} , p = P(z > 1.82) = 0.5 - 0.4656 = 0.0344$$

$$(c) Z \text{ 爲 } df = 9 - 1 = 8 \text{ 的 } \chi^2 \text{ 分配 , } \chi^2_{\alpha=0.05, df=8} = 15.5073 , R = \{Z > 15.5073\}$$

2.

$$(a) F_{\alpha=0.05, df=(4,2)} = 19.2468 , R = \{X > 19.2468\}$$

$$(b) F_{\alpha=0.95, df=(4,2)} = \frac{1}{F_{\alpha=0.05, df=(2,4)}} = \frac{1}{6.9443} = 0.1440 , CI = \{0.1440 \leq X \leq 19.2468\}$$

3.

$$t_{\alpha=0.05, df=4} = 2.1318 , R = \{X > 2.1318\}$$

靜宜大學 94 學年度第 1 學期企管系『統計學』小考四(B)

【注意】本試卷共有 6 小題，每小題 20 分。考試時間 40 分鐘。請清楚寫上你的答案，並附上簡單過程、說明，沒有說明的答案得不到任何分數。(2005 年 12 月 19 日)

- 令 $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_9}{9}$ ，其中 $X_1, X_2, \dots, X_9$ 為 i.i.d.，來自 $\mu = 1, \sigma = 3$ 的常態母體。
 - 信賴區間 $CI = \{7 \leq \bar{X} \leq 11\}$ ，求信賴度；
 - 拒絕區域 $R = \{\bar{X} > 11\}$ ，求 p 值；
 - 令 $Z = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_9 - \bar{X})^2}{\sigma^2}$ ，右尾檢定，顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，求拒絕區域。
- X 為自由度 (6, 8) 的 F 分配。(a) 右尾檢定，顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，求拒絕區域；
(b) 信賴度 $1 - \alpha = 90\%$ ，求信賴區間。
- X 為自由度 5 的 t 分配。右尾檢定，顯著水準 $\alpha = 0.01$ ，求拒絕區域。

χ^2 分配右尾臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
5	16.7496	15.0863	12.8325	11.0705	9.2364
6	18.5476	16.8119	14.4494	12.5916	10.6446
7	20.2777	18.4753	16.0128	14.0671	12.0170
8	21.9550	20.0902	17.5345	15.5073	13.3616
9	23.5894	21.6660	19.0228	16.9190	14.6837
10	25.1882	23.2093	20.4832	18.3070	15.9872

t 分配右尾臨界值表

自由度	α				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1
1	63.6567	31.8205	12.7062	6.3138	3.0777
2	9.9248	6.9646	4.3027	2.9200	1.8856
3	5.8409	4.5407	3.1824	2.3534	1.6377
4	4.6041	3.7469	2.7764	2.1318	1.5332
5	4.0321	3.3649	2.5706	2.0150	1.4759
6	3.7074	3.1427	2.4469	1.9432	1.4398

z 分配機率表 $P(0 \leq z \leq z^*)$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

F 分配右尾臨界值表

n2 \ n1	$\alpha = 0.05$				$\alpha = 0.01$			
	2	4	6	8	2	4	6	8
2	19.0000	19.2468	19.3295	19.3710	99.0000	99.2494	99.3326	99.3742
4	6.9443	6.3882	6.1631	6.0410	18.0000	15.9770	15.2069	14.7989
6	5.1433	4.5337	4.2839	4.1468	10.9248	9.1483	8.4661	8.1017
8	4.4590	3.8379	3.5806	3.4381	8.6491	7.0061	6.3707	6.0289
10	4.1028	3.4780	3.2172	3.0717	7.5594	5.9943	5.3858	5.0567
12	3.8853	3.2592	2.9961	2.8486	6.9266	5.4120	4.8206	4.4994

【解】

1.

$\mu_{\bar{X}} = n\mu = 9$, $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{9}} = 1$, 即 $\bar{X}$ 爲 $\mu_{\bar{X}} = 0$, $\sigma_{\bar{X}} = 1$ 的常態分配。

(a) $CI = \{7 \leq \bar{X} \leq 11\} = \{-2 \leq z \leq 2\}$, $P(-2 \leq z \leq 2) = 2 \times 0.4772 = 0.9544$

(b) $R = \{\bar{X} > 11\} = \{z > 2\}$, $p = P(z > 2) = 0.5 - 0.4772 = 0.0228$

(c) Z 爲 $df = 9 - 1 = 8$ 的 χ^2 分配 , $\chi^2_{\alpha=0.01, df=8} = 20.0902$, $R = \{Z > 20.0902\}$

2.

(a) $F_{\alpha=0.01, df=(6,8)} = 6.3707$, $R = \{X > 6.3707\}$

(b) $F_{\alpha=0.05, df=(6,8)} = 3.5806$, $F_{\alpha=0.95, df=(6,8)} = \frac{1}{F_{\alpha=0.05, df=(8,6)}} = \frac{1}{4.1468} = 0.2411$,

$CI = \{0.2411 \leq X \leq 3.5806\}$

3.

$t_{\alpha=0.01, df=5} = 3.3649$, $R = \{X > 3.3649\}$