

靜宜大學企管系『統計學』小考十

日期：2004 年 12 月 15 日

1. 隨機變數 X 的機率密度函數為 $f(x) = 1 - ax^2, 0 \leq x \leq 2$ ，求 $P(x \leq 1)$ 。
2. 隨機變數 X 為 $\lambda = \frac{3}{2}$ 的指數分配，求 $P(x \leq 1)$ 。
3. 隨機變數 X 為 $n = 200, p = 0.6$ 的二項分配，求 $P(x \leq 110)$ 。

z 分配機率表 $P(0 \leq x \leq z)$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441

【參考解答】

1

$$\int_0^2 (1 - ax^2) dx = \left(x - \frac{1}{3} ax^3 \right) \Big|_0^2 = 2 - \frac{8}{3} a = 1 \Rightarrow a = \frac{3}{8}$$

$$P(x \leq 1) = \int_0^1 \left(1 - \frac{3}{8} x^2 \right) dx = \left(x - \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} x^3 \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

2

$$P(x \leq 1) = \int_0^1 \frac{3}{2} e^{-\frac{3}{2}x} dx = \frac{3}{2} \times \frac{1}{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{3}{2}x} \Big|_0^1 = 1 - e^{-\frac{3}{2}} = 0.7769$$

3

X 為 $\mu = np = 200 \times 0.6 = 120$, $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{48} = 6.93$ 的常態分配

$$P(x \leq 110) = P\left(z \leq \frac{110 - 120}{6.93} = -1.4430 \right) = 0.0745$$